

### 3.7. Космологическая энтропия?

Есть еще одна проблема, о которой следует поговорить в контексте того, каков вклад в энтропию некоей («темной») субстанции: как оценить вклад так называемой *темной энергии*, то есть  $\Lambda$  (в моей интерпретации этого термина). Многие физики считают, что из-за наличия  $\Lambda$  нашу постоянно расширяющуюся Вселенную в отдаленном будущем ждет колоссальная энтропия, которая «подключится» на определенном очень позднем (но не указанном) этапе истории Вселенной. Такая точка зрения базируется прежде всего на распространенном и хорошо обоснованном представлении [Gibbons and Hawking, 1977], согласно которому космологические горизонты событий, возникающие в таких моделях, следует интерпретировать точно так же, как горизонты черных дыр. Поскольку рассматриваемый нами горизонт просто колоссален — эта область значительно превосходит по размерам самую крупную из известных к настоящему времени черных дыр (масса которой, по-видимому, составляет около  $4 \times 10^{10}$  солнечных) примерно в  $10^{24}$  раз, мы получим немислимо огромную «энтропию»  $S_{\text{cosm}}$ , значение которой составляет приблизительно

$$S_{\text{cosm}} \approx 6,7 \times 10^{122}.$$

Данная величина высчитана непосредственно на основе того значения, которым, по современным оценкам, обладает  $\Lambda$ :

$$\Lambda = 5,6 \times 10^{-122}$$

по формуле энтропии Бекенштейна — Хокинга (предполагается, что мы допускаем ее использование в таких обстоятельствах), применяемой к области  $A_{\text{cosm}}$  космологического горизонта событий. Эта область составляет ровно

$$A_{\text{cosm}} = \frac{12\pi}{\Lambda}.$$

Следует отметить, что если верить такой трактовке горизонтов так же, как мы доверяем аргументации Бекенштейна — Хокинга об энтропии черных дыр, то это выражение должно представлять *полное* значение энтропии, а не только вклад «темной энергии». Однако мы обнаруживаем, что площадь горизонта позволяет вывести данное значение  $S_{\text{cosm}}$  исключительно из значения  $\Lambda$ , совершенно без учета деталей распределения материи или других частных отступлений от точной де-ситтеровской геометрии, показанной на рис. 3.4 (см. [Penrose, 2010], п. В5). Тем не менее, хотя и кажется, что  $S_{\text{cosm}}$  ( $\sim 6 \times 10^{122}$ ) немного не дотягивает до полного значения энтропии, которое, согласно моим предыдущим рассуждениям, составит (с учетом темной материи)  $\sim 10^{124}$ , эта величина, вероятно,

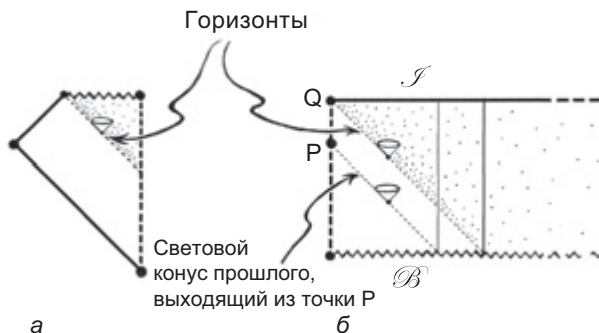
будет неизмеримо выше максимальной полной энтропии порядка  $10^{110}$ , которая потенциально может достигаться в черных дырах с учетом лишь барионной материи, содержащейся в современной наблюдаемой Вселенной, или порядка  $10^{112}$ , если присовокупить к ней еще и темную материю.

Однако необходимо поставить вопрос: чему же соответствует итоговое значение «полной энтропии»  $S_{\text{cosm}}$  ( $\sim 6 \times 10^{122}$ ). Поскольку оно зависит только от  $\Lambda$  и совершенно не связано с деталями материального состава Вселенной, вполне можно считать, что  $S_{\text{cosm}}$  — это энтропия, присущая *всей* Вселенной. Но если Вселенная пространственно бесконечна (многие космологи придерживаются такого мнения), то конечное значение энтропии окажется распределено по бесконечному объему пространства и составит лишь исчезающе малый вклад в энтропию рассматриваемой здесь конечной сопутствующей области. При такой интерпретации значение космологической энтропии  $6 \times 10^{122}$  будет соответствовать *нулевой плотности энтропии*, и, следовательно, она должна полностью игнорироваться в рассуждениях о балансе энтропии в нашей динамической Вселенной.

С другой стороны, можно попытаться предположить, что данное значение энтропии относится только к сопутствующему объему, основанному на материальном содержимом наблюдаемой Вселенной, то есть к сопутствующему объему  $\mathcal{G}(P)$  внутри нашего горизонта частицы  $\mathcal{H}(P)$  (см. раздел 3.5, рис. 3.17 и 3.27), где  $P$  — наше нынешнее положение в пространстве-времени. Однако такое предположение не имеет убедительного обоснования, в частности, потому, что «настоящий момент», соответствующий точке  $P$  на нашей мировой линии  $I_p$ , не имеет в данном контексте никакого особого значения. Кажется более уместным оперировать сопутствующим объемом  $\mathcal{G}(I_p)$ , рассмотренным в разделе 3.5, где наша мировая линия  $I_p$  должна бесконечно продолжаться в будущем. Мера материи, содержащейся в этом регионе, не зависит от момента «времени», в который мы наблюдаем Вселенную. Это вся совокупность материи, которая *когда-либо* будет присутствовать в обозримой Вселенной. В конформной картине (см. рис. 3.18 в разделе 3.5) максимально протяженная  $I_p$  достигает конформной бесконечности будущего  $\mathcal{F}$  (как мы помним,  $\mathcal{F}$  — это *пространственноподобная* гиперповерхность при  $\Lambda > 0$ ) в некоторой точке  $Q$ , и нас теперь интересует общее количество материи, пересекающей световой конус прошлого  $\mathcal{C}_Q$ , выходящий из точки  $Q$ . В сущности, этот световой конус прошлого и является нашим *космологическим горизонтом событий* и обладает более «абсолютным» характером, чем та материя, которая находится внутри нынешнего горизонта частицы. С течением времени наш горизонт частицы расширяется, и материя в объеме  $\mathcal{G}(I_p)$  представляет предел такого расширения.

На самом деле (предполагая, что эволюция во времени описывается уравнениями Эйнштейна при наблюдаемом положительном значении  $\Lambda$ , которое мы считаем постоянным) получаем, что общее количество материи, захватываемое  $\mathcal{C}_Q$ , примерно в 2,5 раза больше, чем умещается в пределах нашего нынешнего горизонта частицы [Tod, 2012; Nelson and Wilson-Ewing, 2011]. Величина максимальной возможной энтропии, которой могла бы достичь вся эта материя, если вся она попадет в одну черную дыру, соответственно более чем впятеро больше максимума, полученного нами для той материи, которая просто укладывается в наш нынешний горизонт частицы. Это более крупное значение составляет  $\sim 10^{124}$ , а не  $\sim 10^{123}$ , как мы получили выше. Если учесть при этом и темную материю, то получим  $\sim 10^{125}$ . Это значение в несколько сотен раз больше  $S_{\text{cosm}}$ , поэтому, выбрав модель примерно с такой же средней плотностью материи, как в нашей Вселенной, но с достаточным количеством черных дыр, мы, по-видимому, могли бы превысить то предельное значение, которое предположительно устанавливает нам  $S_{\text{cosm}}$ , а это грубо противоречит второму закону! (Есть еще одна проблема, связанная с тем, что черные дыры в конечном итоге испаряются благодаря механизму, описанному Хокингом, но она не нарушает изложенных здесь рассуждений (см. [Penrose, 2010], раздел 3.5).)

С учетом того, что все эти числа довольно приблизительно, в данном случае по-прежнему кажется вполне правдоподобным, что значение  $6 \times 10^{122}$ , полученное нами для космологической энтропии, на самом деле является «истинной» максимальной энтропией, достижимой для того объема материи, что лежит в пределах  $\mathcal{C}_Q$ . Однако кроме вышеизложенных существуют и более серьезные причины сомневаться в том, что  $S_{\text{cosm}}$  — это действительно максимальная энтропия, достижимая в данном сегменте Вселенной, либо что такая «энтропия» вообще имеет физический смысл. Вернемся к исходному аргументу, где предлагалась аналогия между космологическим горизонтом  $\mathcal{C}_Q$  и горизонтом событий черной дыры  $\mathcal{E}$ . Если попытаться при помощи этой аналогии ответить на вопрос, к какой части Вселенной на самом деле может относиться эта космологическая энтропия, то обнаруживается любопытное противоречие. С учетом вышеизложенного мы уже убедились, что эта часть не может быть *всей* Вселенной. Казалось логичным предположить, что часть, о которой идет речь, — это просто область, охватываемая космологическим горизонтом. Однако если сравнить эту космологическую ситуацию с черной дырой, то окажется, что такая интерпретация отнюдь не логична. В случае коллапса в черную дыру энтропия Бекенштейна — Хокинга обычно считается энтропией *черной дыры*, и такая трактовка совершенно оправданна. Но если сравнить эту ситуацию с космологической, а горизонт событий черной дыры  $\mathcal{E}$  — с космологическим горизонтом  $\mathcal{C}_Q$ , как показано на строгих конформных диаграммах (см. рис. 3.35),



**Рис. 3.35.** Строгие конформные диаграммы, иллюстрирующие область (обозначена точками), которая соответствует энтропии черной дыры (а) и космологии с положительной  $\Lambda$  (б). В пространственно-бесконечной Вселенной *плотность* «космологической энтропии» должна быть нулевой.

то окажется, что область пространства-времени *внутри* горизонта черной дыры  $\mathcal{C}$  соответствует части Вселенной *вне* космологического горизонта  $\mathcal{C}_Q$ . Это области, лежащие с «будущей» стороны соответствующих горизонтов, то есть с той стороны, куда направлены нулевые конусы будущего. Как мы убедились выше, в пространственно-бесконечной Вселенной мы в таком случае получим нулевую *плотность* энтропии во всей внешней Вселенной! Опять же, это кажется почти лишенным смысла, если предположить, что на  $S_{\text{cosm}}$  приходится основной физический вклад в физическую энтропию Вселенной. (Можно выдвигать версии и о том, «где» может находиться энтропия в  $S_{\text{cosm}}$ , — например, в области пространства-времени, лежащей в условном будущем  $\mathcal{C}_Q$ , — но, опять же, это кажется почти бессмысленным, так как  $S_{\text{cosm}}$  совершенно не зависит от любой материи или черных дыр, которые могут попасть в эту область).

В этой аргументации есть момент, который, пожалуй, мог озаботить некоторых читателей, ведь в разделе 3.6 мы ввели концепцию *белой дыры*, а там нулевые конусы направлены вовне, то есть в будущее, прочь от центральной области, — и такая ситуация уже напоминает случай с космологическим горизонтом. Также было указано, что энтропия Бекенштейна — Хокинга должна быть в равной мере применима как к белой, так и к черной дыре, поскольку определение энтропии по Больцману не зависит от направления времени. Следовательно, можно было бы попытаться утверждать, что аналогия между *белой дырой* и космологическим горизонтом, возможно, подтверждает интерпретацию  $S_{\text{cosm}}$  как реальной физической энтропии. Однако в известной нам Вселенной белые дыры физически невозможны, поскольку грубо противоречат второму закону. В разделе 3.6 они упоминались только как гипотетические объекты. При сравнениях, которые

непосредственно связаны с возрастанием энтропии с течением времени в соответствии со вторым законом, как говорилось двумя абзацами ранее, требуется сравнивать космологический горизонт с горизонтами *черных*, а не белых дыр. Соответственно, та «энтропия», величину которой предположительно дает  $S_{\text{cosm}}$ , должна была бы относиться к области вне космологического горизонта, а не внутри него, — а это, как указывалось ранее, дало бы нам исчезающее малую плотность энтропии в пространственно-бесконечной Вселенной.

Однако здесь следует обсудить и еще один вопрос, связанный с использованием Больцмановской формулы  $S = k \log V$  (см. раздел 3.3) в контексте черных дыр. Следует признать, что энтропию  $S_{bh}$  для черной дыры (см. раздел 3.6) пока, на мой взгляд, еще не удалось полностью и убедительно отождествить с энтропией Больцмановского типа, где четко определен соответствующий объем фазового пространства  $V$ . Решить эту задачу пытаются разными способами (см., например, [Strominger and Vafa, 1996; Ashtekar et al., 1998]), но меня по-настоящему не устраивает ни один из них (см. также раздел 1.15 — там описаны идеи, лежащие в основе голографического принципа, который меня также не удовлетворяет). Причины, по которым  $S_{bh}$  может максимально серьезно восприниматься в качестве *истинной* меры энтропии черной дыры, отличаются от тех, что до сих пор были связаны с непосредственным использованием формулы Больцмана. Тем не менее эти причины [Bekenstein, 1972, 1973; Hawking, 1974, 1975; Unruh and Wald, 1982] кажутся мне очень вескими и необходимыми для общей непротиворечивости второго закона в квантовом контексте. Хотя в этих случаях формула Больцмана и не используется непосредственно, это никак не подразумевает несогласованности с ней и указывает лишь на характерные трудности, возникающие при попытке вплести непроясненные квантовые феномены фазовых пространств в контекст общей теории относительности (ср. также с разделами 1.15, 2.11 и 4.3).

Читатель, вероятно, уже понимает, что, на мой взгляд, присваивать Вселенной энтропийный вклад ( $12\pi/\Lambda$ ) исходя из значения  $\Lambda$  — путь с физической точки зрения крайне сомнительный, причем не только по вышеизложенным причинам. Если считать, что  $S_{\text{cosm}}$  играет какую-либо роль в динамике второго закона и эта роль почему-то проявляется только на очень поздних этапах эволюции нашей Вселенной, при де-ситтеровском экспоненциальном расширении, то нам понадобилась бы какая-то теория о том, «когда» эта энтропия «подключается» к процессу. Де-ситтеровское пространство-время обладает очень высокой степенью симметрии (10-параметрическая группа однородных преобразований Лоренца в пятимерном пространстве; см. раздел 3.1 и, например, [Schrödinger, 1956] и [ПкР], п. 18.2 и 28.4), причем сама суть этого пространства не позволяет естественным образом отметить такое время. Даже если всерьез считать, что

энтропия, задаваемая  $S_{\text{cosm}}$ , действительно имеет какой-то смысл (например, связана с вакуумными флуктуациями), она, по-видимому, не играет никакой динамической роли во взаимоотношениях с другими формами энтропии.  $S_{\text{cosm}}$  — это всего лишь *постоянная* величина, какое бы значение мы ни пытались ей присвоить, и она никак не влияет на действие второго закона независимо от того, *собираемся ли мы* учитывать ее как энтропию того или иного рода.

В то же время в случае обычной черной дыры уже выдвигался исходный аргумент Бекенштейна [Bekenstein, 1972, 1973] с описанием мысленных экспериментов, в ходе которых мы медленно погружаем нагретую материю в черную дыру таким образом, чтобы можно было допустить превращение ее тепловой энергии в полезную работу. Оказывается, что, если не присваивать черной дыре такого значения энтропии, которое хотя бы грубо согласовывалось с вышеприведенной формулой  $S_{bh}$ , то, в принципе, таким образом мы смогли бы нарушить второй закон. Соответственно, эксперимент показывает, что энтропия Бекенштейна — Хокинга является неотъемлемым элементом, необходимым для общей непротиворечивости второго закона в контексте черных дыр. Такая энтропия четко взаимосвязана с другими формами энтропии и необходима для общей согласованности термодинамики черных дыр. Все это связано с динамикой горизонтов черных дыр и с тем фактом, что горизонты могут увеличиваться при процессах, которые в остальном, по-видимому, могут понижать энтропию, как в случае с погружением нагретой материи в черную дыру с извлечением всего ее массового/энергетического содержания в виде «полезной» энергии, что нарушает второй закон.

С космологическими горизонтами складывается принципиально иная ситуация. Их положения как таковые очень зависят от наблюдателя, что принципиально отличает их от *абсолютных* горизонтов событий стационарных черных дыр в асимптотически плоском пространстве (см. раздел 3.2). Однако *площадь*  $A$  космологического горизонта — это всего лишь *фиксированное* число, определяемое просто значением космологической постоянной  $\Lambda$  в вышеприведенном выражении  $12\pi/\Lambda$  и никак не связанное с любыми динамическими процессами, протекающими во Вселенной, например с тем, какое количество массы-энергии проходит сквозь горизонт, или с тем, как распределяется масса, — а все это, несомненно, отражается на *локальной* геометрии горизонта. Эта картина весьма отличается от ситуации с черной дырой, площадь горизонта которой неизбежно увеличивается по мере падения материи за горизонт. Никакие динамические процессы не влияют на значение  $S_{\text{cosm}}$ , которое, что бы ни случилось, всегда остается равным  $12\pi/\Lambda$ .

Разумеется, ситуация зависит от того, на самом ли деле постоянна  $\Lambda$ , а не от некоего таинственного неизвестного динамического «поля темной энергии».