Глава 1 Чертежи элементарных геометрических объектов

В настоящей главе под элементарными геометрическими объектами будем понимать такие объекты, как точка, прямая, плоскость и плоская фигура, образованная ими. Знание их проекционных свойств определяет дальнейшее понимание предмета. Эти свойства просты. Но, возможно, именно эта простота становится губительной для многих студентов, которые в нужное время не уделяют им (этим свойствам) должного внимания и вскоре совсем забывают о них. Вот тут и возникает пропасть между предыдущими знаниями и последующим пониманием предмета. Поэтому мы обращаем внимание читателя на необходимость внимательно относитесь к содержанию этой главы.

1.1. Основные свойства чертежа в ортогональных проекциях

Надеемся, что вы помните основы метода проекций и основные свойства центрального и параллельного проецирования. Если они забылись, то рекомендуем их освежить с помощью учебника [4].

Чертеж, состоящий из нескольких взаимосвязанных проекций, называют *комплексным чертежом* (или *эпюром*). Если объект A проецируется по направлению $s_1 \perp \Pi_1$, где Π_1 называется *горизонтальной плоскостью проекций*, и по направлению $s_2 \perp \Pi_2$, где $\Pi_2 \perp \Pi_1$ и называется *фронтальной плоскостью проекций* (рис. 1.1, *а*), то при совмещении этих полей поворотом вокруг оси проекций x образуется комплексный чертеж из двух проекций (картин) (рис. 1.1, *б*). Горизонтальная A_1 и фронтальная A_2 проекции всегда располагаются на одной линии связи A_1A_2, которая называется *вертикальной*. Расстояние y от оси x до горизонтальной проекции A_1 называется *глубиной* точки A, а положение фронтальной проекции A_2 определяется ее *высотой* z.

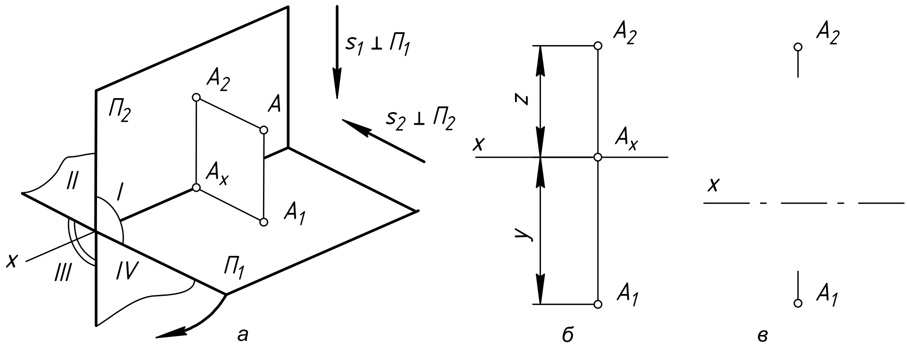


Рис. 1.1. Образование двухкартинного чертежа объекта

Ось x можно не изображать, и тогда чертеж называется *безосным* (рис. 1.1, *в*). Линию связи A_1A_2 тоже не чертят или отмечают ее тонкой разорванной линией, как на рис. 1.1, *в*. Но их перпендикулярность всегда соблюдается. Поэтому при необходимости мы можем указать ось $x \perp A_1A_2$ (показано штрихпунктирной линией). Тогда глубина и высота точки определяются с точностью до параллельного переноса плоскостей проекций. Плоскости $П_1$ и $П_2$ проекций делят все пространство на четыре части, которые называют *четвертями*, или *квадрантами*, и нумеруют, как показано на рис. 1.1, *а*.

Точки первой четверти имеют положительные значения глубин y и высот z. Положение их проекций показано на рис. 1.1, *б*, *в*.

Во второй четверти глубина точек отрицательная, и поэтому их горизонтальные проекции будут располагаться выше оси x (рис. 1.2, *а*). В третьей четверти отрицательны глубины y и высоты z точек. Их проекции будут располагаться, как показано на рис. 1.2, *б*. Так как в четвертой четверти отрицательными являются высоты, эпюр имеет вид, показанный на рис. 1.2, *в*. Знание этих особенностей помогает разобраться в положении геометрических объектов относительно принятой системы координат.

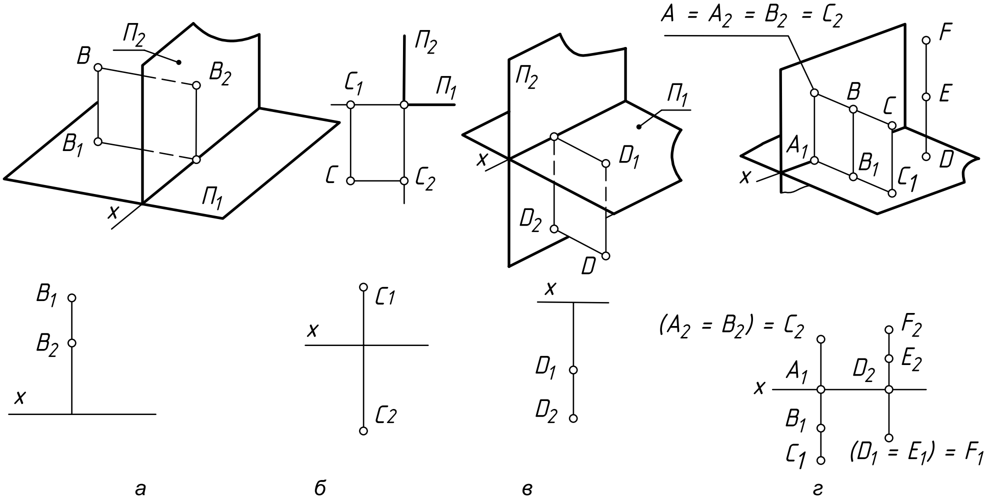


Рис. 1.2. Эпюры отдельных точек

Точки, лежащие на одном проецирующем луче CBA (имеющие одинаковую высоту) (рис. 1.2, *г*), называют *фронтально конкурирующими*. У них совпадают фронтальные проекции, а глубины разные. По положению их горизонтальных проекций A_1, B_1, C_1 судят о видимости этих точек на фронтальной проекции. Видимой будет та точка, которая имеет наибольшую глубину и, следовательно, расположена ближе к наблюдателю. В нашем примере это точка C. На эпюре невидимые точки взяты в скобки. Точка A имеет $y = 0$, следовательно, она находится на фронтальной плоскости Π_2 проекций и ее фронтальная проекция совпадает с оригиналом ($A_2 = A$). Аналогично, точки F, E, D находятся на одном горизонтально проецирующем луче, их горизонтальные проекции совпадают, и они называются *горизонтально конкурирующими*. Видимой будет горизонтальная проекция той точки, высота которой больше. В примере видна точка F. А точка D принадлежит плоскости проекций Π_1, так как ее высота равна нулю, и ее оригинал совпадает со своей горизонтальной проекцией ($D = D_1$). Так по относительному расположению точек, принадлежащих отдельным геометрическим объектам (линиям, плоскостям, фигурам), судят об относительной видимости изображаемых частей изделий. Напомним, что на чертеже допускается изображать и невидимые контуры предметов с помощью штриховых линий.

Точки, у которых координаты y и z численно равны, но разные по знаку, располагаются в плоскости, которая делит пополам четный двугранный угол $\Pi_1 \wedge \Pi_2$ (рис. 1.3, *а*) и называется *четной биссекторной плоскостью* (обозначим ее Π_b). Их эпюр будет иметь вид, изображенный на рис. 1.3, *б*. Эпюр точек, лежащих в нечетной биссекторной плоскости Π_{13}, где $y = z$, показан на рис. 1.3, *в*.

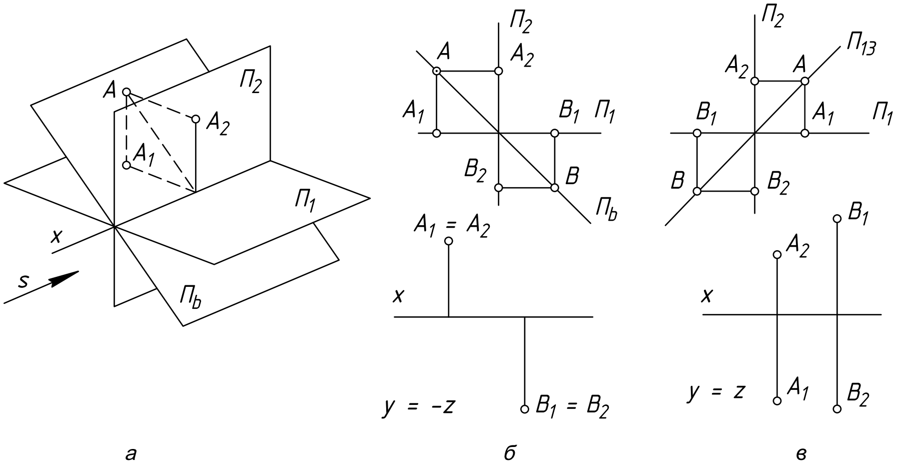


Рис. 1.3. Частные случаи чертежа точки

Если на оси x проекций взять точку O за начало отсчета и провести через нее взаимно перпендикулярные оси y и z, то образуется прямоугольная система координат $Oxyz$ (рис. 1.4, *а*). Так образовалась новая плоскость проекций $\Pi_3 \perp \Pi_2 \perp \Pi_1$, которая называется *профильной*. Проекция A_3 объекта A по направлению $s_3 \perp \Pi_3$ называется *профильной проекцией*.

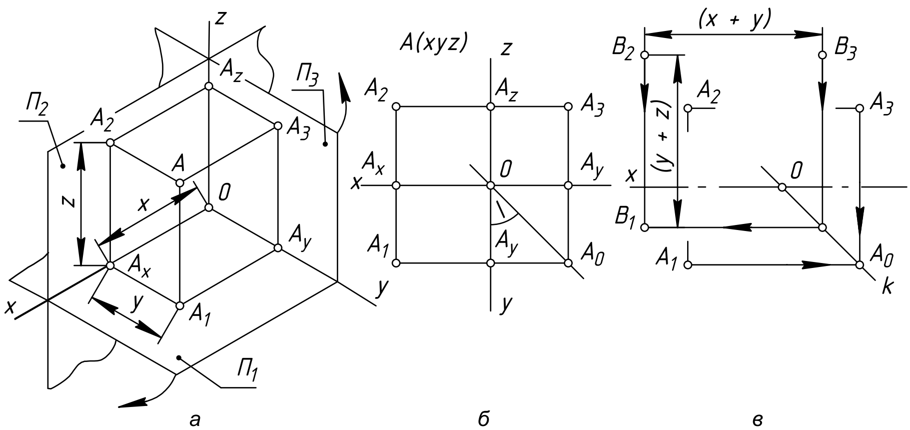


Рис. 1.4. Образование трехкартинного чертежа объекта

Плоскости $П_1$, вращением вокруг оси x, и $П_3$, вращением вокруг оси z, совмещаются с плоскостью $П_2$, и образуется комплексный чертеж из трех проекций (рис. 1.4, *б*). В этом случае реализуются все три координаты точки $A\,(x, y, z)$. Линия A_2A_3 называется *горизонтальной линией связи*. Она перпендикулярна линии A_1A_2 и связывает фронтальную и профильную проекции точки. У проекций A_1 и A_2 общей линией служит координата x, которая называется *широтой* точки A, у проекций A_2 и A_3 общая координата z, а у проекций A_1 и A_3 совместной является координата y. Линия $A_1A_0A_3$ называется *горизонтально-вертикальной*, или *ломаной*, *линией связи*. Биссектриса k прямого угла $x0z$ называется *постоянной комплексного чертежа*. Проекции точки можно показать без осей, если взять $A_1A_2 = (y + z)$ и $A_2A_3 = (x + y)$. Если заданы две проекции точки в безосной системе, то третью ее проекцию мы можем задать сами, соблюдая соответствующие линии связи. Но после этого мы *можем задать любые две* проекции другой точки, а ее третья проекция будет определяться однозначно (в пересечении линий связи). Например, по заданным проекциям B_2 и B_3 построена горизонтальная проекция B_1 (рис. 1.4, *в*). Для того чтобы задать координатные оси в безосной системе, достаточно задать ось x (на рис. 1.4, *в* показана штрихпунктирной линией). Ее пересечение с прямой k определяет начало координат 0 и другие оси (на рисунке не изображены). В этом случае координаты объекта будут определены с точностью до параллельного переноса плоскостей проекций.

Прямая линия d на чертеже задается своими проекциями $(d_1\, d_2)$, или проекциями $(d_1\, d_2)$, или проекциями $(A_1\, A_2)$ и $(B_1\, B_2)$ двух точек, или проекциями $[A_1B_1]$ и $[A_2B_2]$ отрезка $[AB]$. Если координаты (xyz) точки, движущейся по прямой линии, изменяются, то эта линия называется *прямой общего положения*. Точка $H(H_1\, H_2)$ линии d, у которой высота равна нулю $(z_H = 0)$, называется *горизонтальным следом* прямой. Это точка пересечения данной прямой с плоскостью $П_1$. А точка $V(V_1\, V_2)$ пересечения прямой линии с фронтальной плоскостью $П_2$ называется ее *фронтальным следом*. Здесь $y_V = 0$.

Для построения профильной проекции прямой (AB) (рис. 1.5, *б*) достаточно задать профильную проекцию одной точки, например $B\,(B_3)$, на горизонтальной линии связи (B_2B_3). Выбором положения профильной проекции B_3 точки мы определили положение постоянной комплексного чертежа k. Профильную проекцию A_3 точки A определяем с помощью линии k или с помощью разности координат $\Delta y = (y_A - y_B)$. Прямая линия (A_3B_3) является профильной проекцией заданной прямой. Эту же проекцию можно построить с помощью профильных проекций V_3 и H_3 следов.

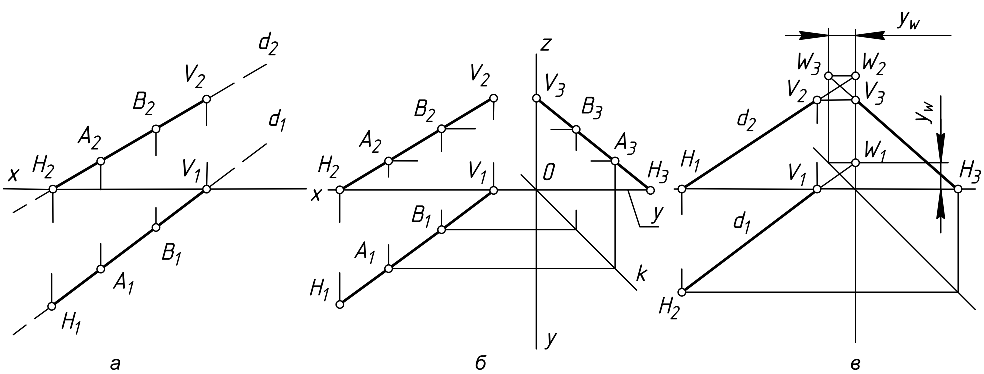


Рис. 1.5. Чертеж и следы прямой общего положения

Координата x *профильного следа* $W = d \cap \Pi_3$ равна нулю, его горизонтальная проекция (рис. 1.5, *в*) — $W_1 = d_1 \cap (0y)$, фронтальная проекция — $W_2 = d_2 \cap (0z)$, а профильная проекция W_3 определяется с помощью постоянной k или с помощью координаты y_W на горизонтальной линии связи (W_2W_3).

Прямые линии, у которых есть точки с постоянной координатой, называют *прямыми частного положения*. Прямые линии, параллельные одной из плоскостей проекций, называют *линиями уровня*. Прямая h, параллельная горизонтальной плоскости проекций Π_1, называется *горизонтальной прямой уровня*, или *горизонталью*. У нее все точки имеют постоянную (одинаковую) координату z, и, следовательно, фронтальная проекция всех горизонталей параллельна оси проекций x (рис. 1.6, *а*), а профильная — параллельна оси y (на рис. 1.6 не показана).

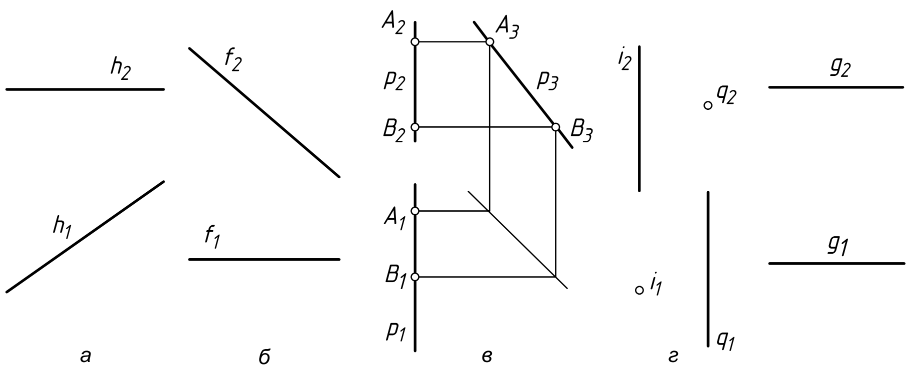


Рис. 1.6. Чертежи прямых линий частного положения

Прямая линия f, параллельная фронтальной плоскости проекций Π_2, называется *фронтальной прямой уровня*, или *фронталью* (рис. 1.6, *б*). У фронтали координата y постоянна, и ее горизонтальная проекция параллельна оси x, а профильная — оси z.

Прямая линия p, параллельная профильной плоскости проекций Π_3, называется *профильной прямой уровня* (рис. 1.6, *в*). У нее постоянной будет координата x, а горизонтальная p_1 и фронтальная p_2 проекции параллельны оси Oy и оси Oz соответственно. Поэтому профильную прямую необходимо задавать проекциями (p_2, p_3) или проекциями ($A_1 B_1$) и ($A_2 B_2$) отрезка [AB].

Прямая линия, перпендикулярная плоскости проекций, называется *проецирующей прямой*. Линия $i \perp \Pi_1$ называется *горизонтально проецирующей прямой* (рис. 1.6, *г*). У нее постоянны координаты x и y. Линия $q \perp \Pi_2$ называется *фронтально проецирующей прямой*. У нее постоянны координаты x и z. Горизонтальная и фронтальная проекции *профильно проецирующей* прямой $g(g_1 g_2)$ линии параллельны оси x, а профильная проекция будет точкой (на рис. 1.6 не показана).

Используя проекционные свойства комплексного чертежа, мы можем выполнять определенные геометрические операции. Например, на чертеже прямой линии $l(l_1 l_2)$, задав проекции A_2 или B_1, строим проекции A_1 и B_2 по свойству инцидентности (рис. 1.7, *а*), то есть мы задали $[AB] \subset l$. Точка D, конкурирует с точкой $C \in l$ и лежит перед прямой, а точка E конкурирует с точкой $F \in l$ и расположена ниже прямой линии.

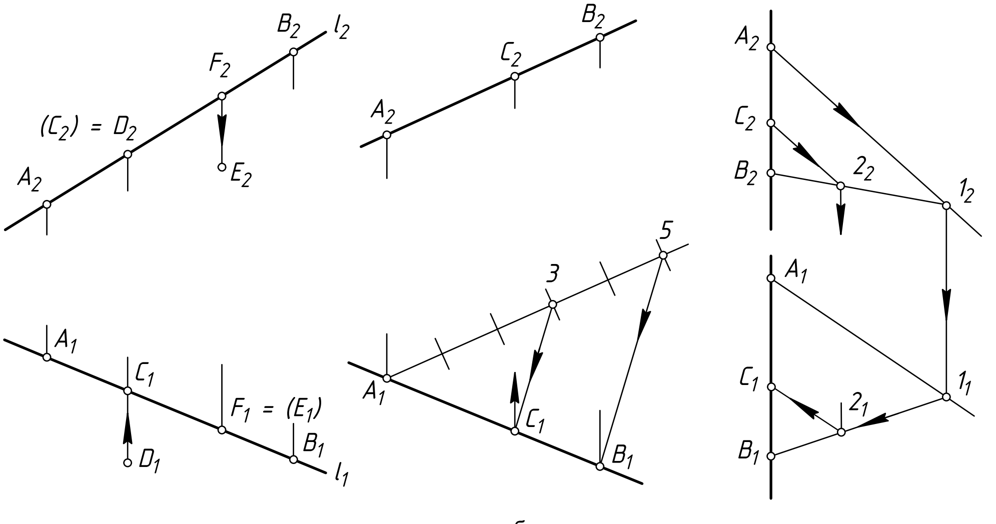


Рис. 1.7. Свойства инцидентности и пропорциональности отрезков

Если надо разделить отрезок [AB] в заданном отношении, например $AC : CB = 3:2$, используем свойство пропорциональности (рис. 1.7, *б*). Для этого на произвольной прямой линии [$A_1 5$] откладываем пять произвольных, но равных между собой отрезков. Строим $\Delta A_1 5 B_1$ и подобный ему $\Delta A_1 3 C_1$. Получим $A_1 C_1 : C_1 B_1 = 3:2$, по $C_1 \rightarrow C_2$. Такие построения можно сделать и на другой проекции, а потом по линии связи найти недостающие проекции нужной точки. Это же свойство используем для построения горизонтальной проекции точки $C(C_1)$ по заданной ее проекции C_2

профильной прямой (AB) (рис. 1.7, *в*). Строим произвольные отрезки $[A_2 1_2]$, $[A_1 1_1]$ и треугольники $\Delta A_2 1_2 B_2$, $\Delta A_1 1_1 B_1$. Затем проводим $(C_2 2_2) \parallel (A_2 1_2) \rightarrow 2_1 \rightarrow (2_1 C_1) \parallel (1_1 A_1)$.

По чертежу легко определить длину (натуральную величину) отрезка и углы его наклона к плоскостям проекций (рис. 1.8, *а*) способом прямоугольного треугольника. Известно, что величина ортогональной проекции отрезка зависит от его угла наклона к плоскости проекций, который определяется разностью координат концов этого отрезка.

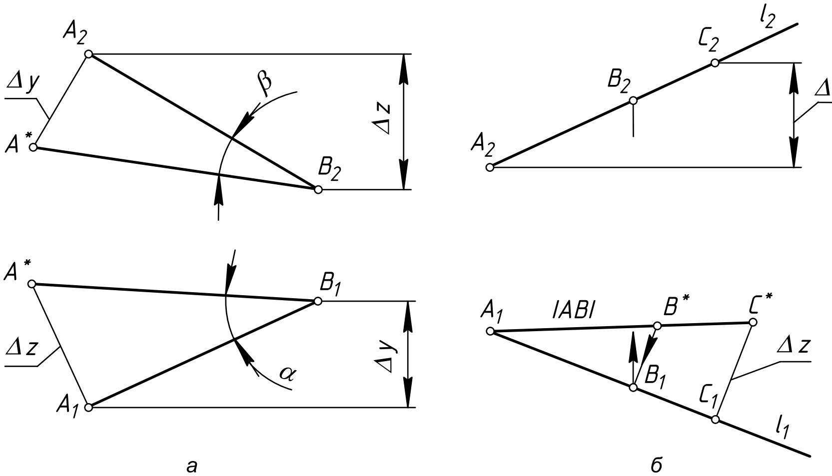


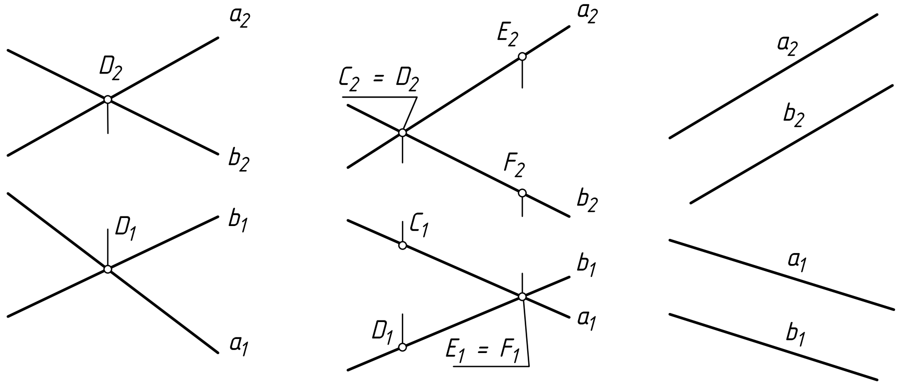
Рис. 1.8. Определение длины и углов наклона отрезка

Например, разность высот $\Delta z = z_A - z_B$ определяет угол наклона прямой к Π_1. Для его определения на горизонтальной проекции в точке A_1 построим $[A_1 A^*] = \Delta z \perp [A_1 B_1]$. Гипотенуза $[B_1 A^*]$ прямоугольного треугольника $B_1 A_1 A^*$ равна длине $|AB|$ отрезка, а угол $\alpha = \angle A_1 B_1 A^* = (AB) \wedge \Pi_1$ — угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций. Если построим аналогичный треугольник $B_2 A_2 A^*$ на фронтальной проекции с катетом Δy, получим $[B_2 A^*] = |AB|$ и угол наклона прямой к фронтальной плоскости проекций $\beta = (AB) \wedge \Pi_2$. С помощью такого треугольника можно построить на чертеже отрезок заданной длины (рис. 1.8, *б*). Например, пусть требуется от точки A линии l отложить отрезок $[AB]$ заданной длины. Для этого построим на линии l произвольный отрезок $[AC]$ и $\Delta A_1 C_1 C^*$, где $|A_1 C^*| = |AC|$, и на гипотенузе $A_1 C^*$ отложим длину $|A_1 B^*| = |AB|$, а по подобию определяем $B_1 \rightarrow B_2$.

Прямые линии a и b пересекаются (рис. 1.9, *а*), если точки D_1 и D_2 пересечения их проекций лежат на одной линии связи.

В противном случае прямые линии скрещиваются (рис. 1.9, *б*). Здесь точки C, D и E, F конкурирующие. Параллельные прямые (рис. 1.9, *в*) имеют параллельные соответствующие проекции.

Плоскость на чертеже можно задать тремя точками (ABC) (рис. 1.10, *а*) или плоской фигурой, пересекающимися (рис. 1.10, *б*) и параллельными (рис. 1.10, *в*) прямыми линиями.

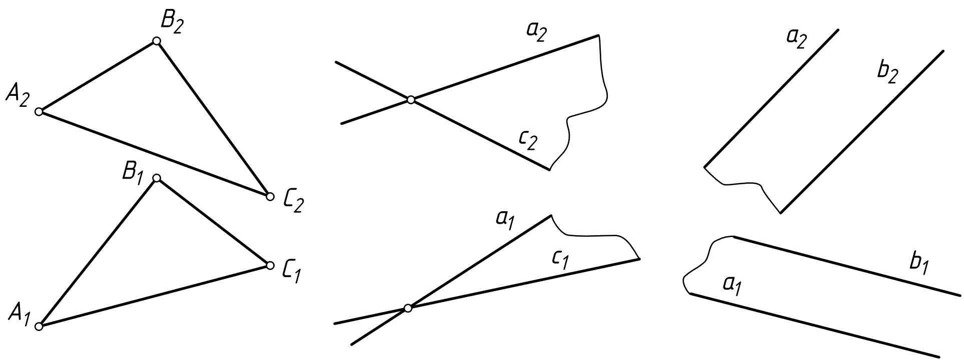


а б в

Рис. 1.9. Относительное положение прямых линий

Для построения точки или прямой в заданной плоскости используются известные признаки:

- прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки этой плоскости;
- точка лежит в плоскости, если через нее можно провести прямую линию, принадлежащую этой плоскости.



а б в

Рис. 1.10. Варианты задания плоскости

Пусть заданы плоскость $\alpha(a \cap b)$ (рис. 1.11), фронтальная проекция B_2 точки B этой плоскости и проекции точки $M(M_1M_2)$.

Требуется построить горизонтальную проекцию B_1 точки B и определить относительное положение точки M. Вначале построим фронтальную проекцию A_2B_2 прямой AB, которая должна лежать в этой плоскости по признаку принадлежности. Для построения ее горизонтальной проекции возьмем в плоскости некоторую прямую $c(c_2)$ так, чтобы она пересекалась с прямой AB. Отметим точки $1_2 \to 1_1$, $2_2 \to 2_1$ пересечения этой прямой с линиями a и b и проведем ее горизонтальную проекцию c_1. Линия $c \subset \alpha$, так как проходит через точки 1 и 2 этой плоскости.

Возьмем точку $K_2 = c_2 \cap A_2B_2$ и построим $K_1 \to A_1K_1$, а потом найдем $B_2 \to B_1$ по линии связи. А точка M фронтально конкурирует с точкой B и закрывает ее, то есть находится перед плоскостью.

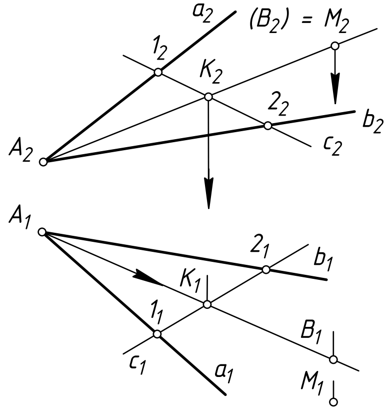
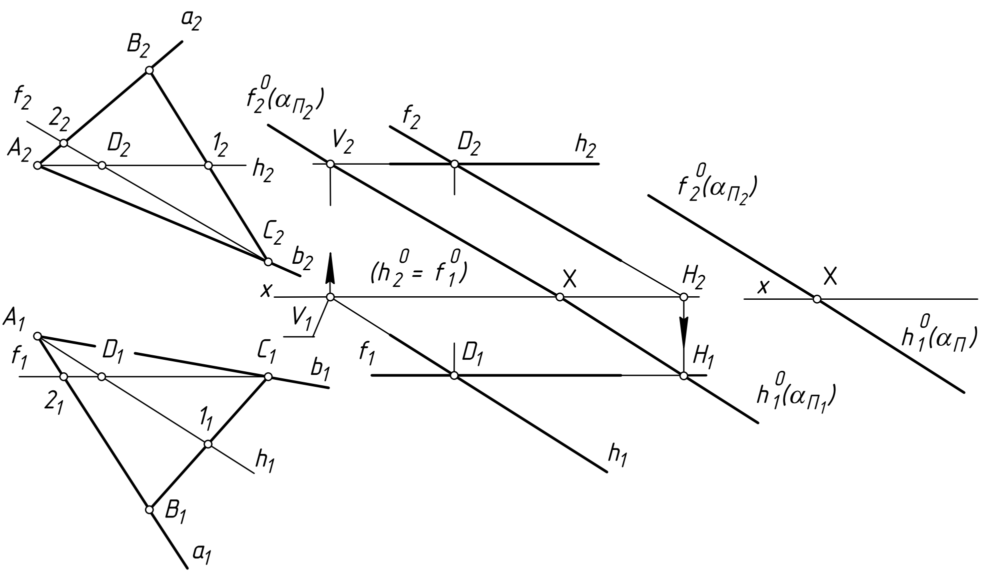


Рис. 1.11. Принадлежность точки и прямой заданной плоскости

В решении ряда позиционных и метрических задач удобно пользоваться линиями уровня плоскости и заменять ее определитель. На рис. 1.12 показан один из таких вариантов.



а *б* *в*

Рис. 1.12. Линии уровня и следы плоскости общего положения

Задана плоскость общего положения $\alpha\ (a \cap b)$ (рис. 1.12, *а*). Построим в ней прямую линию $BC\ (B_1C_1, B_2C_2)$. Теперь плоскость задана плоской фигурой ABC.

Построим в плоскости горизонталь $h_2(A_2 1_2) \to h_1(A_1 1_1)$ и фронталь $f_1(C_1 2_1) \to$ $\to f_2(C_2 2_2)$. При правильном построении точки D_1 и D_2 должны лежать на одной линии связи. Мы перешли к заданию плоскости ее линиями уровня $\alpha(h \cap f)$ (рис. 1.12, *б*). Если построить горизонтальный след $H(H_2 \to H_1)$ фронтали и фронтальный след $V(V_1 \to V_2)$ горизонтали, то определяются линия пересечения h_1^0 (или $h_1^0\alpha$, или $\alpha_{\Pi 1}$, или $\alpha_1) = \alpha \cap \Pi_1$ (в скобках даны варианты применяемых обозначений этой линии), которая называется *горизонтальным следом* плоскости α (горизонталь нулевого уровня), и $f_2^0 = \alpha \cap \Pi_2$, которая называется *фронтальным следом* плоскости (фронталь нулевого уровня). Семейство линий уровня одной плоскости — это семейство параллельных линий, поэтому $h^0 \parallel h$ и $f^0 \parallel f$. Точки линии f^0 имеют координату $y = 0$, а точки линии h^0 имеют координату $z = 0$, поэтому их проекции $h_2^0 = f_1^0 = x$ совпадают с осью x и на чертеже эти обозначения не используют (это следует запомнить). Так мы перешли к заданию плоскости ее следами: $\alpha(h^0 \cap f^0)$ (рис. 1.12, *в*). Можно решать и обратную задачу.

Плоскости, перпендикулярные плоскости проекций, называют *проецирующими* (рис. 1.13). Плоскость $\beta(\beta_2) \perp \Pi_2$ называется *фронтально проецирующей* (рис. 1.13, *а*). Вся ее фронтальная проекция совпадает с фронтальным следом f^0 и поэтому на чертеже обозначается β_2 (или другими вариантами, показанными на рисунке). Другими проекциями фронтально проецирующей плоскости будет поле точек, а ее горизонтальный $h^0(h_1^0)$ и профильный $p^0(p_3^0)$ следы параллельны оси y и на чертеже обычно не изображаются и не обозначаются. Другая особенность изображения проецирующей плоскости заключается в том, что мы показываем только одно обозначенное изображение следа, например β_2, h_1^0, p_3^0. Понятно, что их другие изображения совпадают с соответствующими осями и поэтому не обозначаются. Эти свойства проецирующих плоскостей считаются простыми, вполне понятными, и поэтому такие плоскости задают одним следом, как, например, *горизонтально проецирующая плоскость* $\alpha(\alpha_1) \perp \Pi_1$ или *профильно проецирующая плоскость* $\gamma(\gamma_3) \perp \Pi_3$.

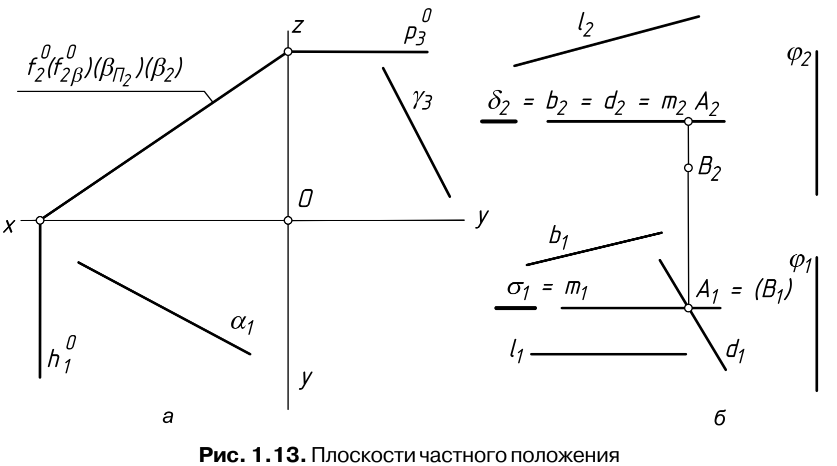


Рис. 1.13. Плоскости частного положения

Плоскости, параллельные плоскости проекций, называют *плоскостями уровня* (рис. 1.13, *б*). Это частный случай проецирующих плоскостей. У них один из следов является несобственной прямой. Например, плоскость $\delta(\delta_2)$ параллельна Π_1 и называется *горизонтальной плоскостью уровня*. Плоскость $\sigma(\sigma_1)$ параллельна Π_2 и называется *фронтальной плоскостью уровня*, а $\varphi(\varphi_1\varphi_2)$ параллельна Π_3 и называется *профильной плоскостью уровня*.

На чертежах положение и направление проецирующей плоскости принято изображать утолщенной линией, длина которой 8–10 мм. Эта линия называется разомкнутой, потому что ее наносят по концам воображаемого следа секущей плоскости при выполнении разрезов и сечений. В задачах начертательной геометрии следы плоскости изображают и тонкой, и основной линией. Это зависит от условий использования плоскости. Если плоскость рассматривается как объект, то ее вычерчивают толстой линией, если ее используют как инструмент, то применяют разомкнутую или сплошную тонкую линию или ту и другую одновременно.

Проецирующая плоскость обладает собирательным свойством — это значит, что все ее геометрические объекты на одной из проекций изображаются прямой линией, совпадающей со следом этой плоскости. Например, прямые $b(b_1b_2)$ и $d(d_1d_2)$ принадлежат плоскости $\delta(\delta_2)$, так как их фронтальные проекции совпадают с фронтальным следом этой плоскости: $\delta_2 = b_2 = d_2$. Точка $A = d \cap \sigma(d_1 \cap \cap\ \sigma_1 \to A_1 \to A_2)$ принадлежит и плоскости σ, и плоскости δ, следовательно, она принадлежит линии их пересечения $(A \in m(m_1m_2) = \sigma \cap \delta)$. Точка $B(B_1B_2) \in \sigma$ конкурирует с точкой $A\ (A_1 = B_1)$ и находится под плоскостью δ. Прямая $l(l_1l_2) \parallel \sigma$, так как $l_1 \parallel \sigma_1$, и на данном участке находится выше плоскости δ, а при продолжении пересечется с ней.

Рассмотренные нами свойства комплексного чертежа позволяют решать целый ряд позиционных задач.

1.2. Упражнения

Задача 1.2.1. Построить три изображения плоской фигуры $ABCD$ по координатам вершин и точку $E(40, 35, 50)$: $A(40, 35, 40)$, $B(10, 5, 40)$, $C(10, 35, 10)$, $D(40, –, 14)$. Назвать каждую сторону фигуры и плоскость ABC; назвать точки A и E по их относительному положению, выделить невидимую точку скобками.

Решение. По наибольшим координатам заданных точек вычислим высоту $(z + y) = (50 + 35)$ и широту $(x + y) = (40 + 35)$ прямоугольника, в пределах которого разместятся проекции заданных точек, и, ориентируясь по $z = 50$ мм (с запасом), построим ось x и оси эпюра (комплексного чертежа) $Oxyz$ (рис. 1.14).

Строим проекции точки A по координатам: откладываем $OA_x = x_A = 40$ мм $\to$ $\to$ проводим вертикальную линию связи $\to$ $y_A = A_xA_1 = 35$ мм $\to$ отмечаем $A_1 \to$ $\to$ $z = A_xA_2 = 40$ мм $\to$ намечаем горизонтальную линию связи $\to$ от оси z откладываем $y_A \to A_3$. Так строим проекции всех точек, кроме точки D, у которой мы имеем только фронтальную проекцию D_2. Соединяем точки AB и BC основной линией, а AC — тонкой. Другие проекции точки D, то есть координату y, определяем из условия инцидентности: проводим тонкую линию $B_2D_2 \to 1_2 = B_2D_2 \cap A_2C_2 \to$ $\to 1_1 \to B_11_1$, на ней $\to D_1 \to 1_3 \to B_31_3 \to D_3$. Соединяем AD и DC основными линиями.

Построен четырехугольник, плоскость которого является плоскостью общего положения. Сторона AB — горизонталь, прямая AC — фронталь, а стороны AD и BC — параллельные профильные прямые уровня, прямая BD и сторона DC — линии общего положения. Точки E и A — горизонтально конкурирующие, причем точка E расположена выше точки A и поэтому ее горизонтальная проекция видна.

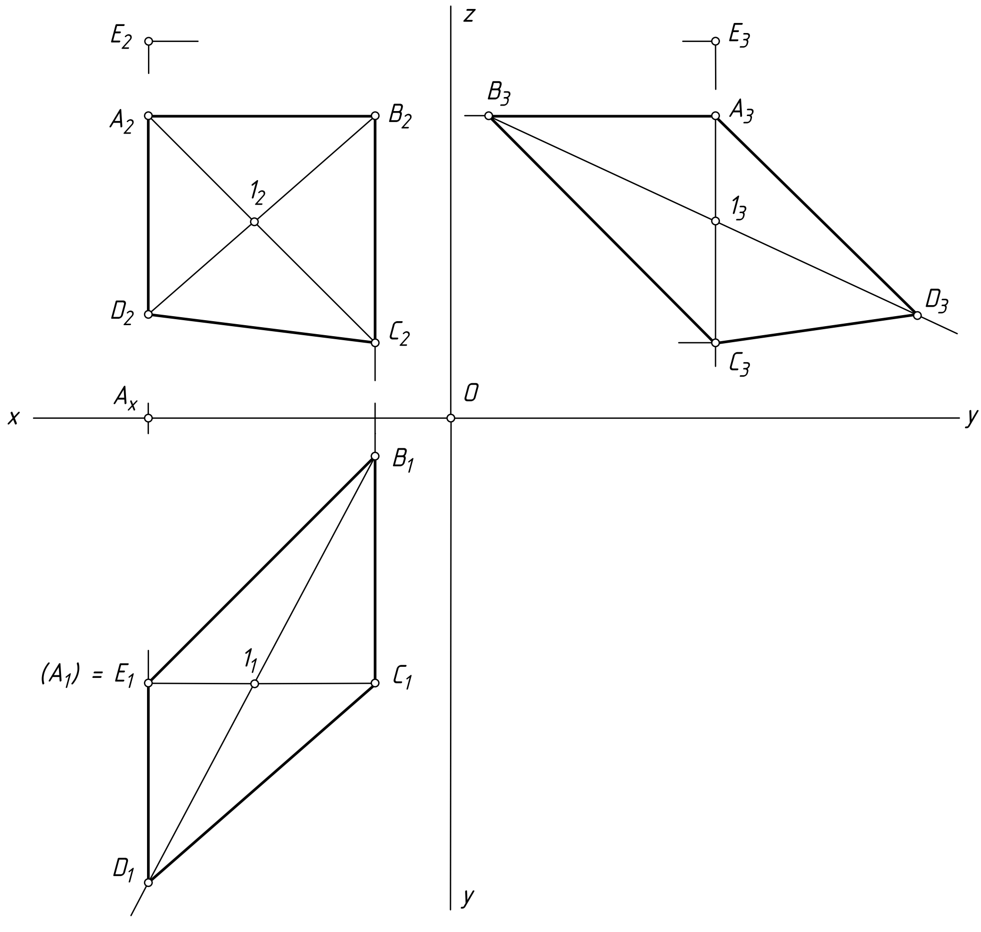


Рис. 1.14. Относительное положение точки и плоскости

Задача 1.2.2. Построить профильные проекции заданных (рис. 1.15, *а*) точек и указать:

- в какой четверти находится каждая точка;
- отрезки, равные широте, глубине, высоте точки B;
- отрезки, равные расстоянию от точки A до оси x, y, z.

Решение. Строим профильные проекции точек. Проводим постоянную линию k под углом 45° к оси y (рис. 1.15, *б*). Проекция A_3 определяется в пересечении горизонтальной линии связи A_2A_3 и ломаной линии связи $A_1 1A_3$ или координатой y_A, отложенной от оси z по линии A_2A_3. Точка $A\,(A_1A_2A_3)$ находится в первой четверти, так как все ее координаты положительны. Расстояние $|Ax|$ — это перпендикуляр из точки A на ось x, который является профильной прямой уровня и проецируется на плоскость Π_3 отрезком $[A_3O]$, следовательно, $|Ax| = |A_3O|$. Аналогично: $|Ay| = |A_2O|$, $|Az| = |A_1O|$. Эти отрезки на рисунке не показаны.

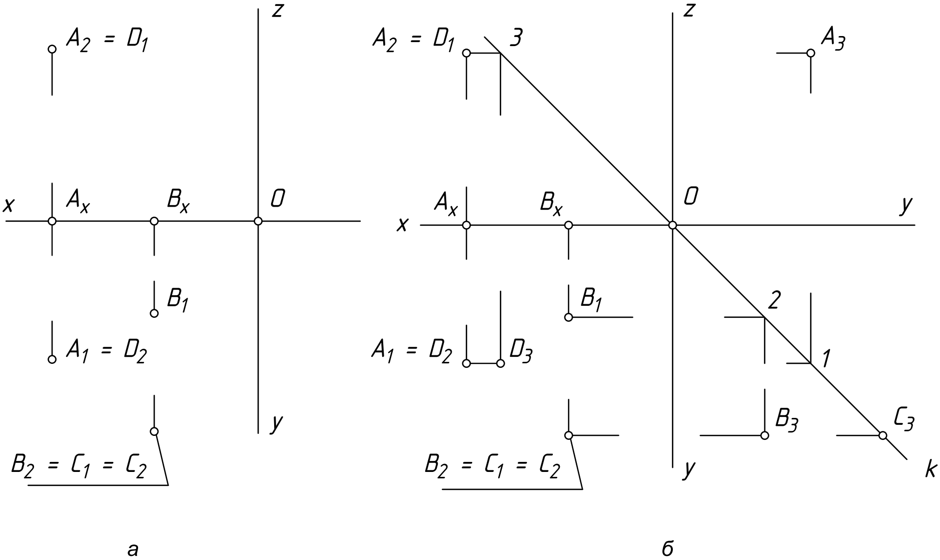


Рис. 1.15. Построение профильных проекций заданных точек

Точка B: $B_3 = (B_1 2B_3) \cap (B_2B_3)$, ее широта $x = OB_x$, глубина $y = B_1B_x$, а высота $z = B_2B_x$ со знаком «минус», следовательно, точка находится в четвертой четверти.

Точка C находится в четной биссекторной плоскости четвертой четверти, так как у нее $|y| = |z|$, но $z < 0$. Точка D находится в третьей четверти, потому что у нее глубина и высота отрицательны.

Задача 1.2.3. В плоскости $\alpha\,(h^0 \cap f^0)$ (рис. 1.16, *а*) построить $[AB]$ с координатами: $y_A = 15$ мм, $y_B = 20$ мм, $z_A = 10$ мм, $z_B = 25$ мм.

Решение. Через точку A проведем фронталь $f\,(f_1f_2)$ плоскости α (рис. 1.16, *б*), горизонтальная проекция f_1 которой пройдет на расстоянии y_A от оси x: $f_1 \to 1_1 \to \to 1_2 \to f_2 \parallel f_2^0$ (рис. 1.16, *б*). Через эту же точку проведем горизонталь $h\,(h_1h_2)$ плоскости на высоте z_A: $h_2 \to 2_2 \to 2_1 \to h_1$. Точка $A = h \cap f$: $A_1 = h_1 \cap f_1 \leftrightarrow A_2 = = h_2 \cap f_2$.

Можно использовать другой подход к решению. Множество точек B, имеющих глубину y_B, принадлежит фронтальной плоскости уровня $\gamma\,(\gamma_1)$, которая пересекается с плоскостью α по фронтали (на рис. 1.16, *б* фронталь не выделена). Другое множество точек B принадлежит горизонтальной плоскости уровня $\beta\,(\beta_2)$, которая имеет высоту z_B и пересекается с α по горизонтали $h^1\,(h_2^1 \to h_1^1)$. Три плоскости — α, β и γ — пересекаются в одной точке: $\alpha \cap \beta \cap \gamma = B\,(h_1^1 \cap \gamma_1 = B_1 \to B_2)$.

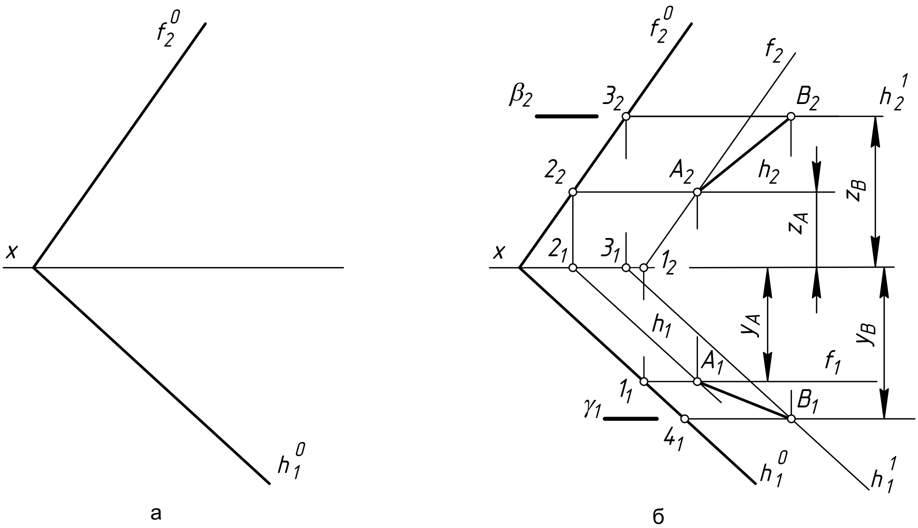


Рис. 1.16. Построение точек плоскости по заданной координате

Общая рекомендация. Самое сложное и важное в решении задач — это представить в пространстве заданные объекты и продумать план пространственного решения задачи. После этого можно приступать к работе с чертежом, используя свойства проекций.

1.3. Задачи для самостоятельного решения

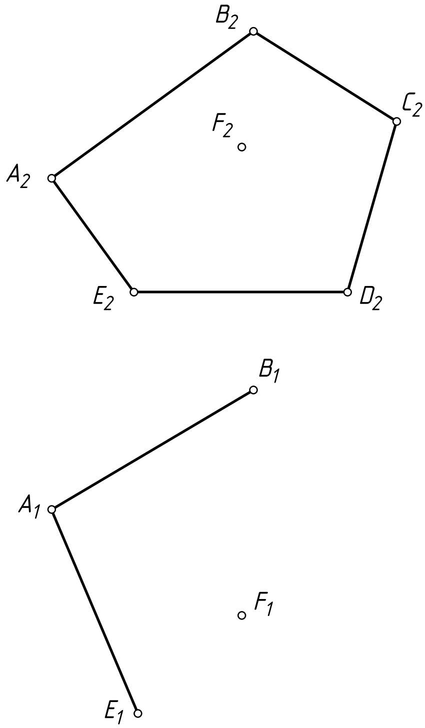
Условия предлагаемых задач продуманы таким образом, чтобы их решения укладывались в пределах формата чертежа. Если в условии используются численные параметры формы или параметры положения, то задачу рекомендуется решать в натуральном масштабе или использовать стандартные масштабы увеличения. Графические условия задачи следует вычерчивать по подобию.

Задача 1.3.1. Выполнить комплексный чертеж плоской фигуры *ABCD* по координатам ее вершин: *A* (45, 30, 40), *B* (35, 5, 10), *C* (10, 20, 35), *D* (25, –, 40). Определить относительное положение и видимость точки *E* (30, 20, 25).

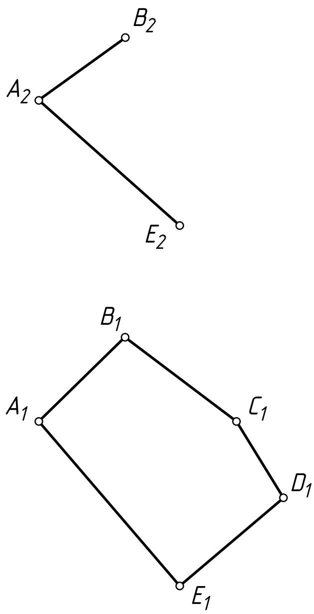
Задача 1.3.2. Построить параллелограмм *ABCD* по координатам его вершин: *A* (50, 30, 25), *B* (25, 15, 40), *D* (15, 40, 5) и записать координаты его центра тяжести *S*.

Задача 1.3.3. Построить проекции отрезка [*AB*] по координатам его концов: *A* (–, 15, 10), $x_B = x_A + 30$, $y_B = y_A + 15$, $\Delta z = 25$ мм. Определить его длину $|AB|$.

Задача 1.3.4. Достроить горизонтальную проекцию плоского пятиугольника и определить относительное положение и видимость точки *F*.

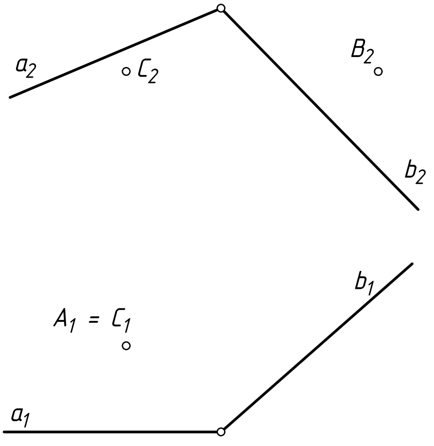


Задача 1.3.5. Построить фронтальную и профильную проекции плоского пятиугольника. Назвать положение его плоскости.

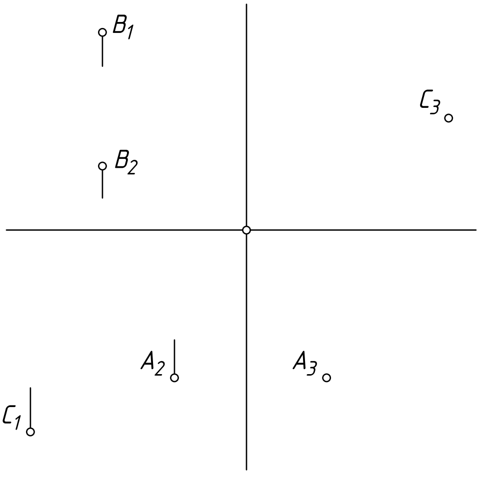


Задача 1.3.6. Построить проекции произвольной горизонтали на высоте 30 мм, точку A этой горизонтали с глубиной 20 мм и точку B, лежащую перед ней.

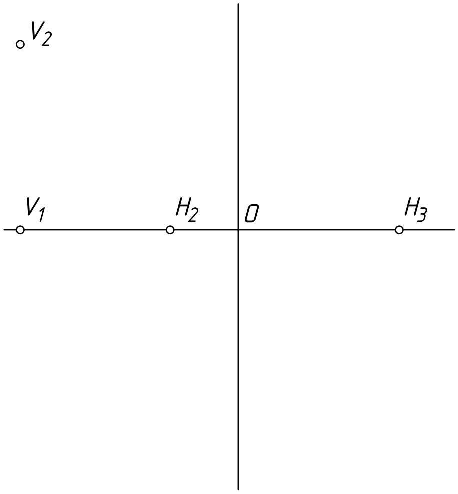
Задача 1.3.7. Построить проекции отрезка $[AB]$ плоскости $\alpha\,(a \cap b)$ и определить видимость точки C.



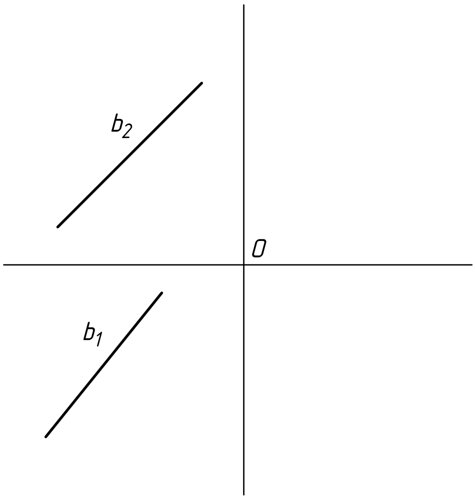
Задача 1.3.8. Построить третьи проекции точек и указать, в какой четверти находится точка: A, B, C.



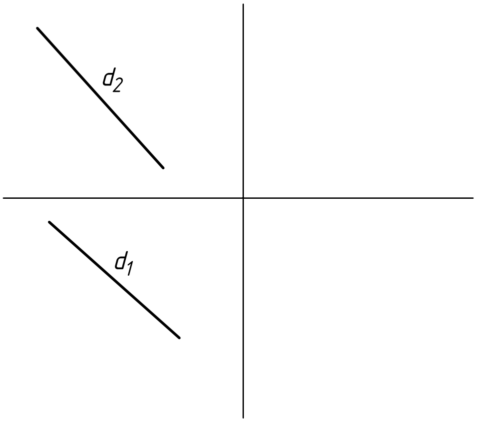
Задача 1.3.9. Прямая линия b задана следами: $V(V_1 V_2) = b \cap \Pi_2$, $H(H_2 H_3) = b \cap \Pi_1$. Построить три проекции прямой b, ее профильного следа W. Обозначить оси.



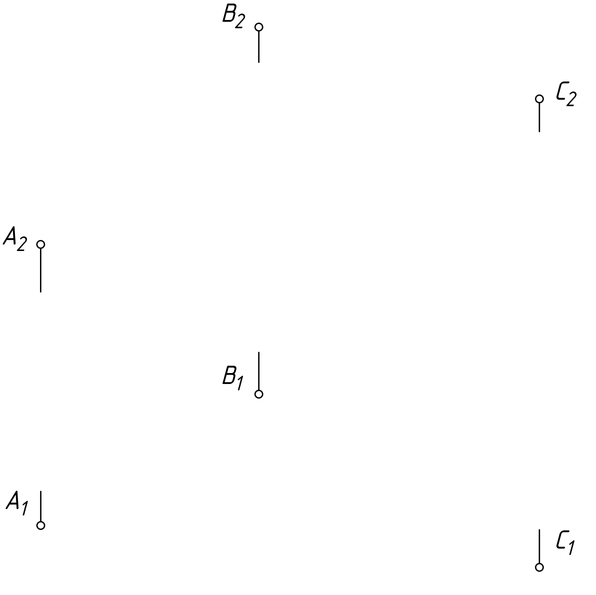
Задача 1.3.10. Построить следы и третью проекцию прямой линии b. Обозначить координатные оси. Следы обозначить буквами: $H = b \cap \Pi_1$, $V = b \cap \Pi_2$, $W = b \cap \Pi_3$.



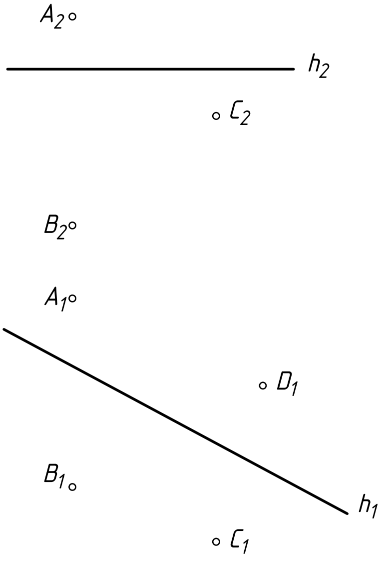
Задача 1.3.11. Обозначить оси, построить профильную проекцию и следы линии *d*.



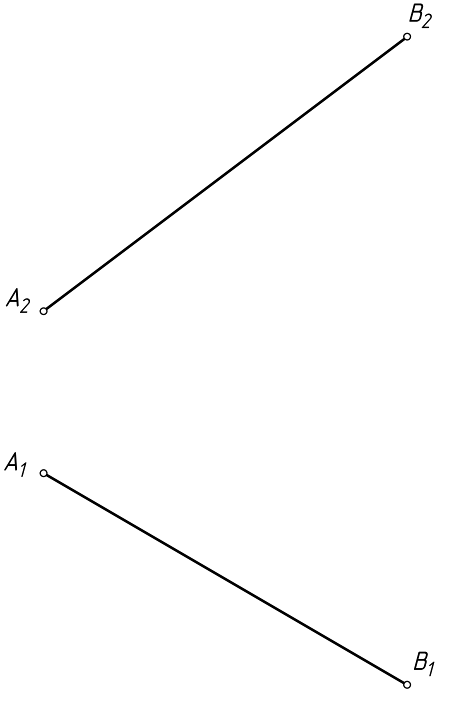
Задача 1.3.12. Построить изображения параллелограмма *ABCD* и разделить его на две части по стороне *AB* и на три части по стороне *BC*.



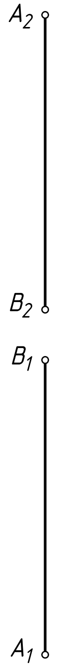
Задача 1.3.13. Достроить изображения плоской фигуры *ABCD*, определить видимость и положение прямой линии *h* относительно этой фигуры.



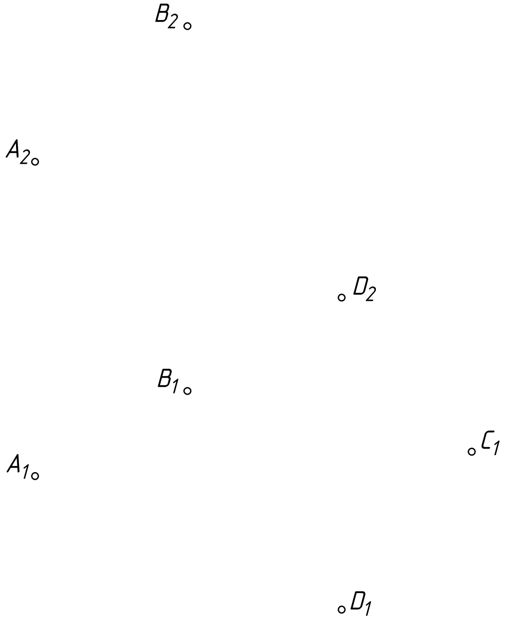
Задача 1.3.14. На прямой $[AB]$ построить отрезки $AC : CB = 3 : 2$, определить угол наклона этой линии к фронтальной плоскости проекций и длину $|AC|$.



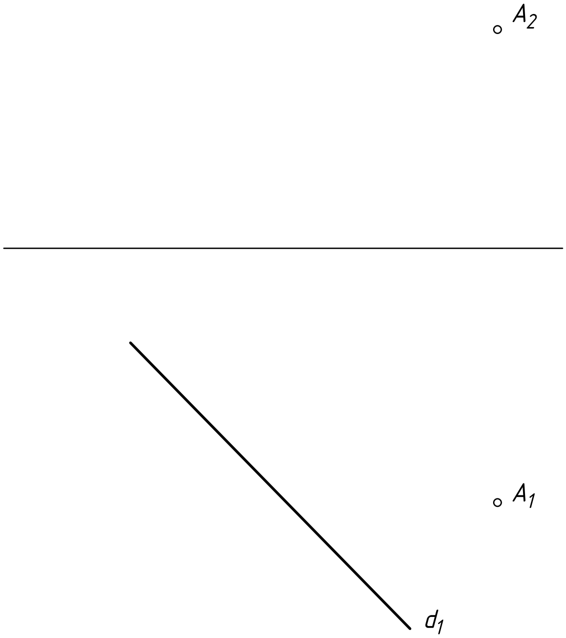
Задача 1.3.15. Разделить отрезок $[AB]$ в отношении $AC : CB = 1 : 4$ и определить его угол наклона к горизонтальной плоскости проекций и длину $|CB|$.



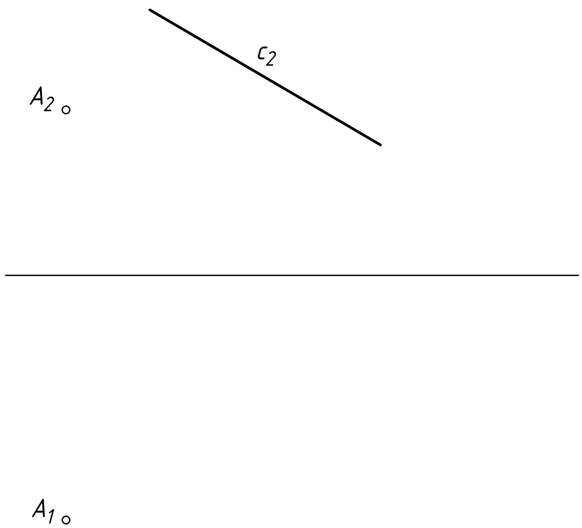
Задача 1.3.16. Построить четырехугольник $ABCD$ и его линии уровня.



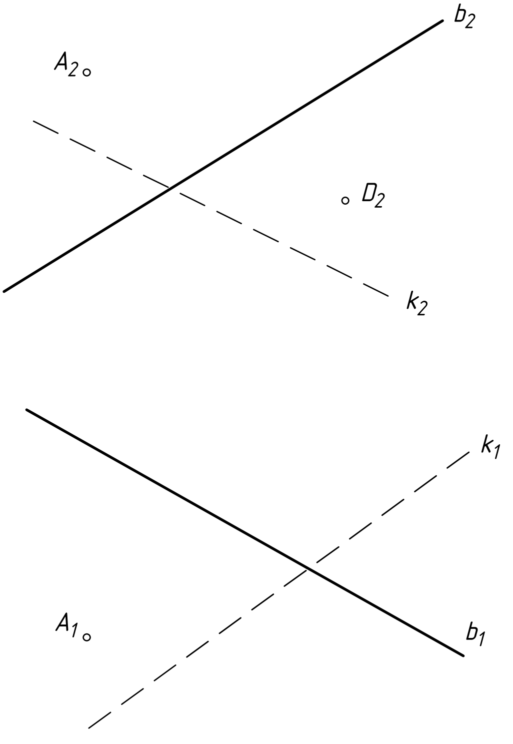
Задача 1.3.17. Через точку A провести плоскость $\beta\,(f \cap q)$, где $q \perp \Pi_2$, а угол $\alpha = f \wedge \Pi_1 = 30°$. Назвать положение плоскости β, построить и обозначить ее следы, построить прямую линию $d \parallel \beta$ на расстоянии 20 мм от нее.



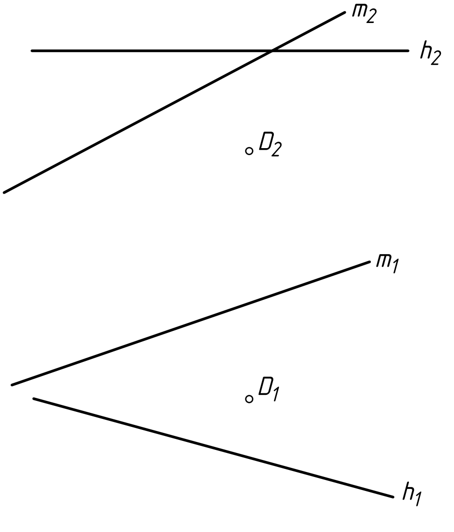
Задача 1.3.18. Через точку A провести плоскость $\alpha\,(h \cap i)$, где $i \perp \Pi_1$, а угол $\beta = h \wedge \Pi_2 = 45°$. Назвать положение плоскости α, построить и обозначить ее следы, построить прямую линию $c \parallel \alpha$ на расстоянии 15 мм от нее.



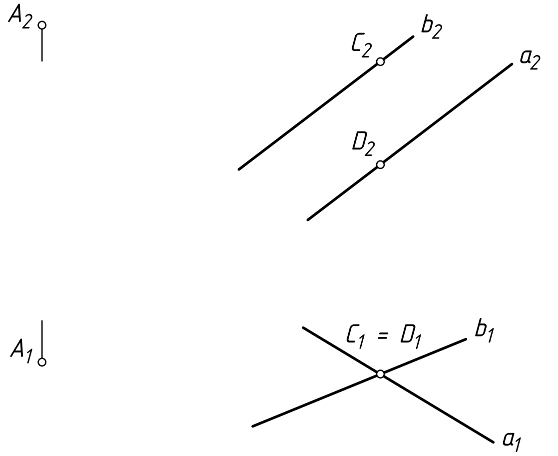
Задача 1.3.19. Построить точку D плоскости $\alpha(A, b)$ и определить относительное положение и видимость прямой линии k.



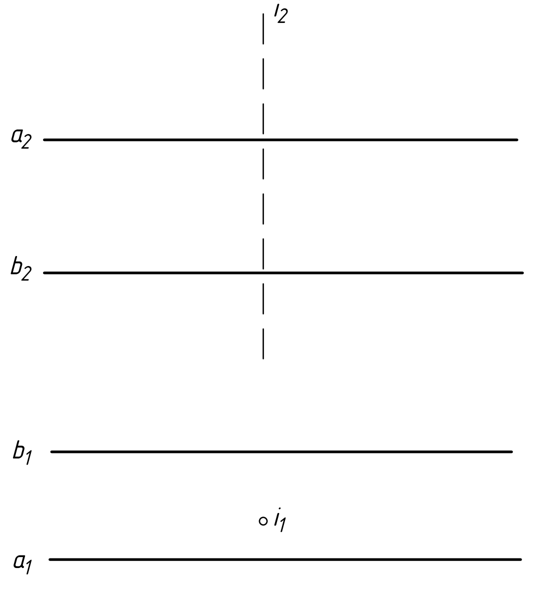
Задача 1.3.20. Определить положение прямой линии h относительно плоскости $\alpha(D, m)$.



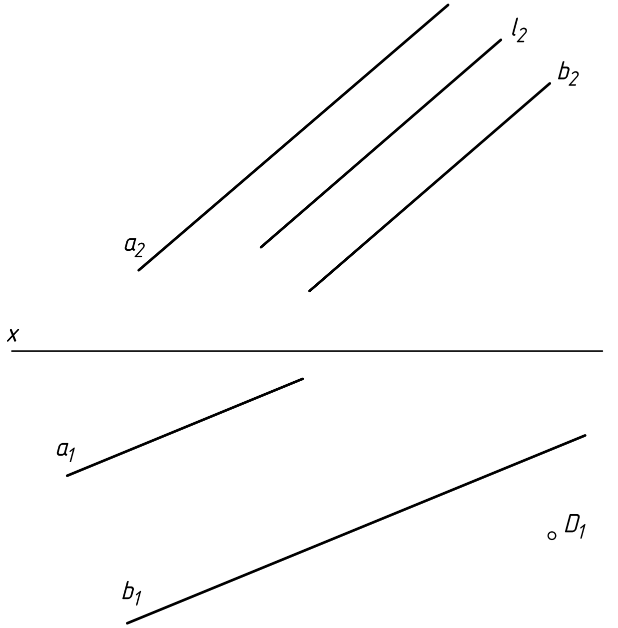
Задача 1.3.21. Назвать относительное положение прямых линий *a* и *b*, точек *C* и *D*, выделить невидимую точку. Через точку *A* провести плоскость, параллельную линиям *a* и *b*.



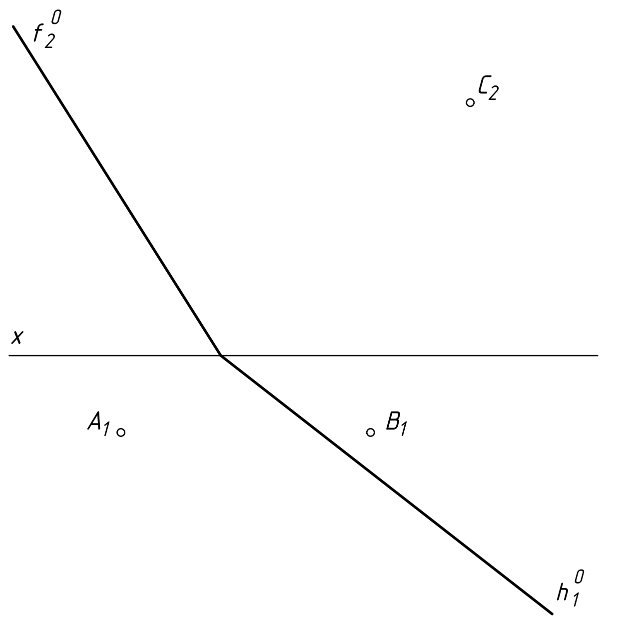
Задача 1.3.22. Назвать положение плоскости $\alpha\,(a \parallel b)$ и прямой линии $l(i_1 i_2)$. Определить их общий элемент и относительную видимость.



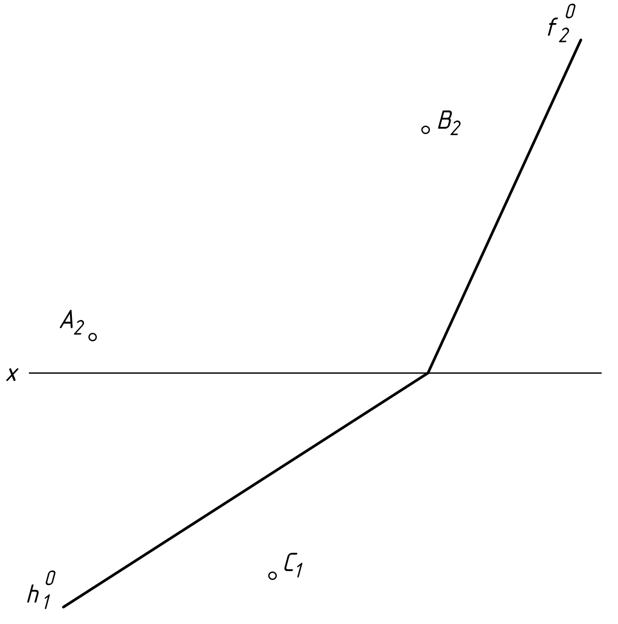
Задача 1.3.23. Построить следы плоскости $\alpha\,(a \parallel b)$, вторую проекцию прямой линии l и точки D этой плоскости.



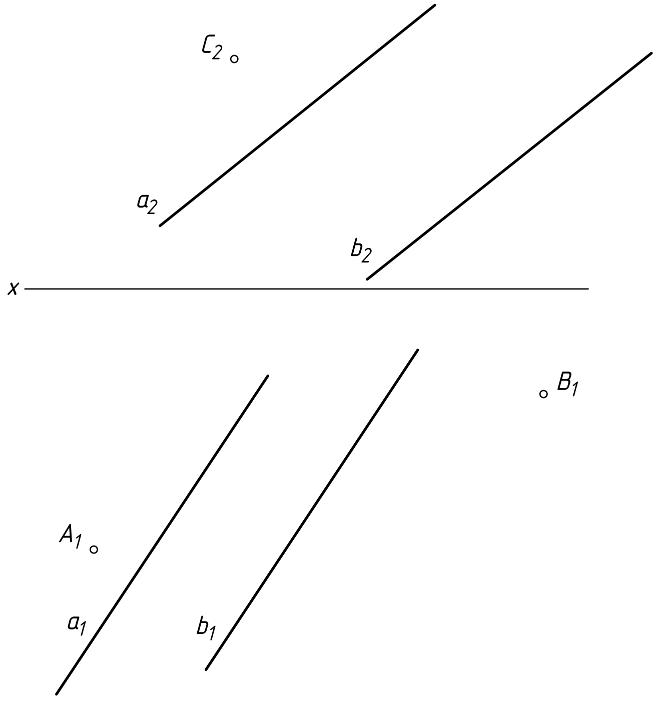
Задача 1.3.24. Назвать положение плоскости α, заданной следами, и построить проекции ее ΔABC.



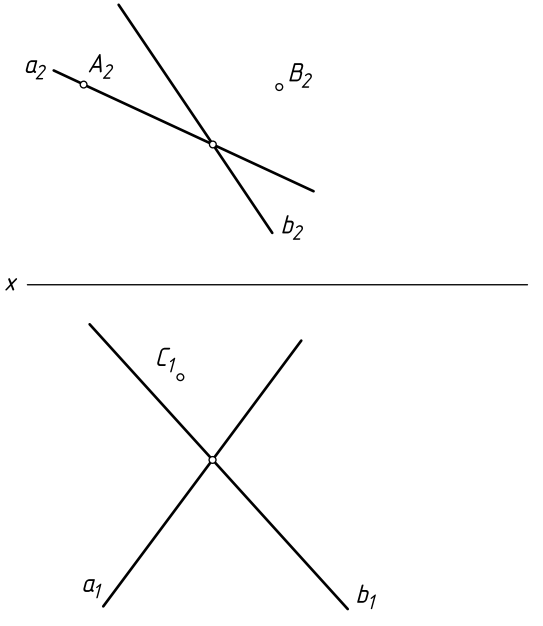
Задача 1.3.25. Назвать положение плоскости $\alpha(h^0 \cap f^0)$ и построить проекции ее ΔABC.



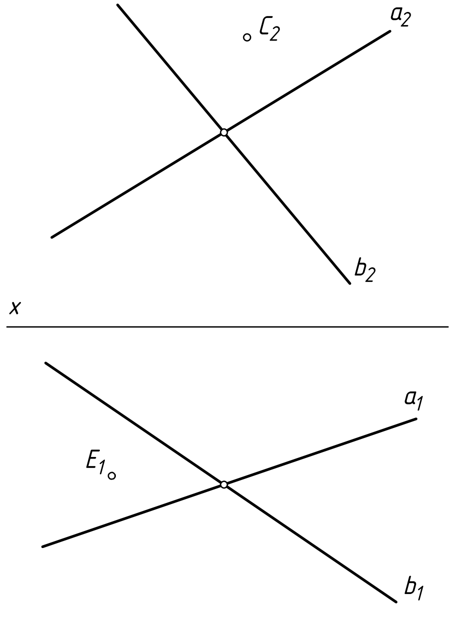
Задача 1.3.26. Построить следы и ΔABC плоскости $\alpha(a \parallel b)$.



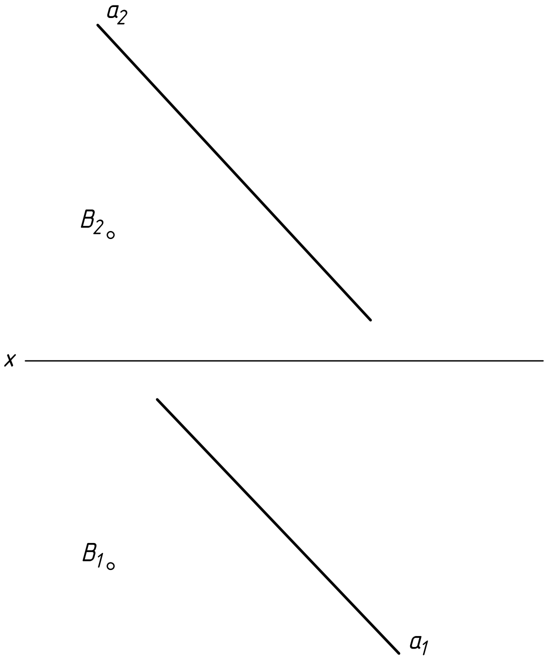
Задача 1.3.27. Построить и обозначить следы плоскости α. Построить проекции ΔABC этой плоскости.



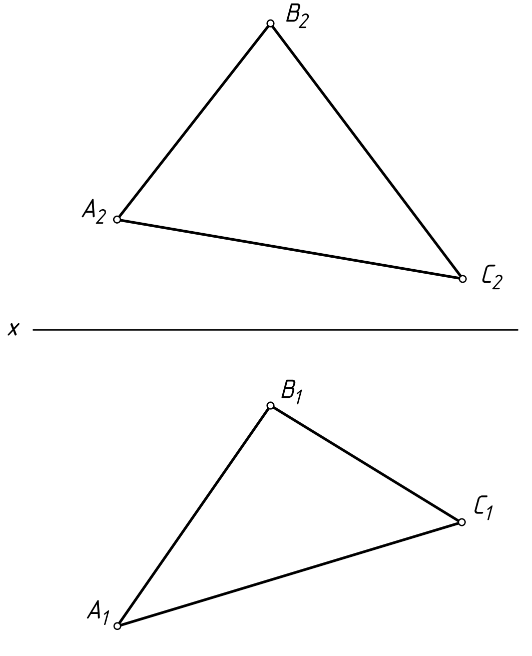
Задача 1.3.28. Построить отрезок $[CE]$ плоскости $\alpha\,(a \cap b)$ и прямую линию $d \parallel b$, проходящую через точку $A\,(-, 15, 20)$. Определить положение этой прямой относительно плоскости α (выше, ниже, перед или за плоскостью).



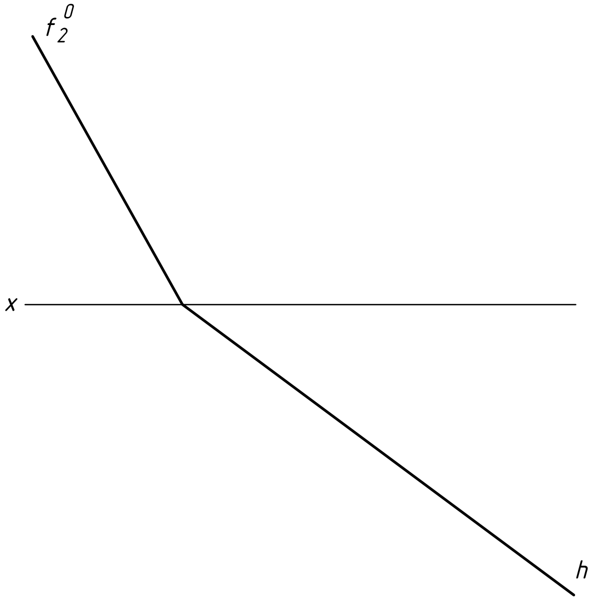
Задача 1.3.29. Заменить определитель плоскости $\alpha (B, a)$ линиями уровня.



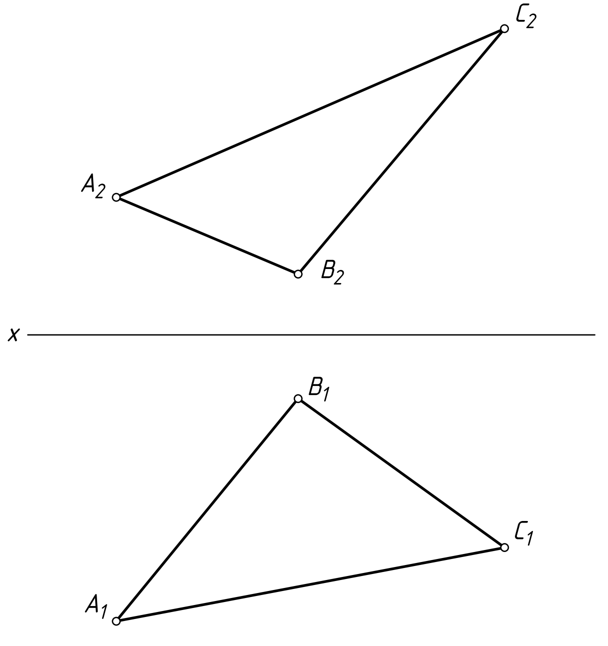
Задача 1.3.30. В плоскости ΔABC построить линии уровня на высоте 25 мм и глубине 30 мм.



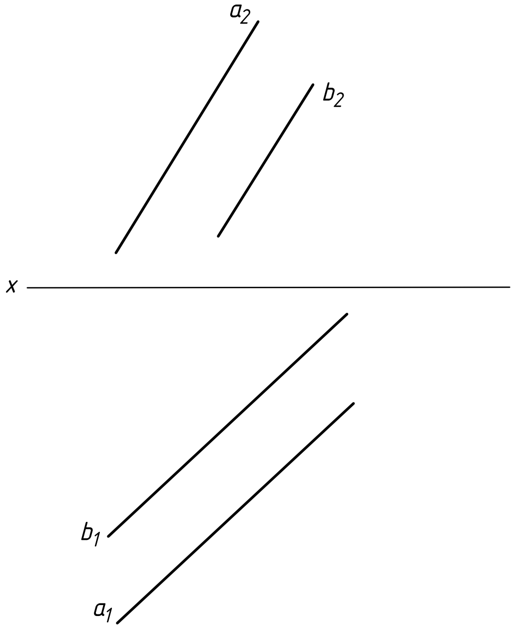
Задача 1.3.31. Заменить определитель ($h^0 \cap f^0$) плоскости α линиями уровня, проходящими через точку D на высоте 20 мм и глубине 30 мм.



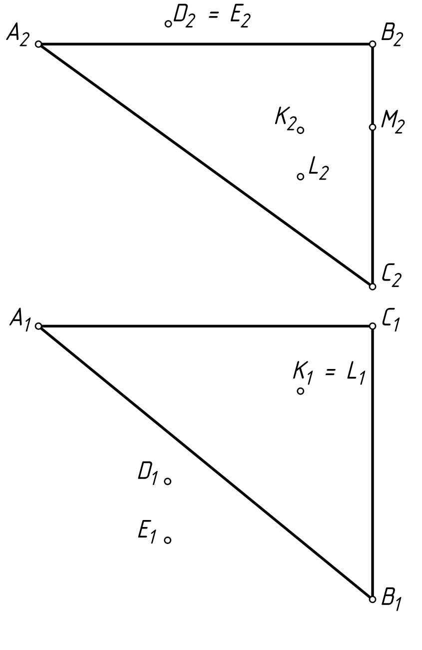
Задача 1.3.32. В плоскости α (ABC) построить точку D с глубиной 20 мм и высотой 25 мм и через нее провести профильную прямую уровня этой плоскости.



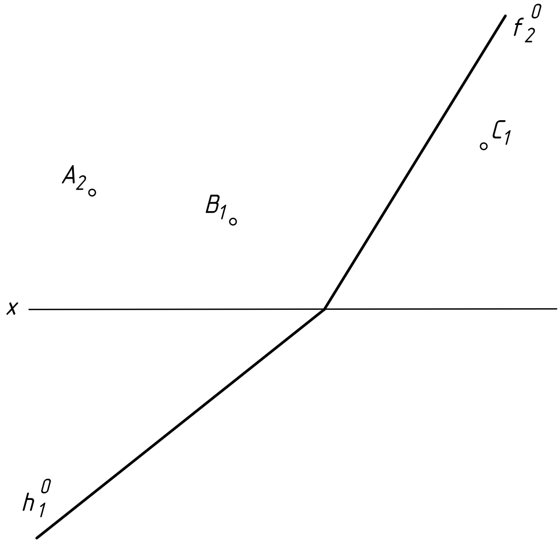
Задача 1.3.33. Построить следы плоскости $\alpha(a \parallel b)$ и ее линии уровня на высоте 15 мм и с глубиной 20 мм. Показать точку $D = h \cap f$.



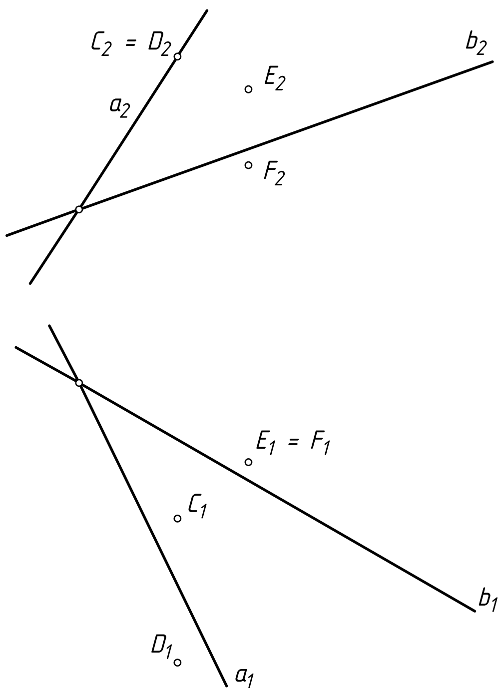
Задача 1.3.34. Определить положение указанных точек относительно плоскости $\alpha(ABC)$, назвать положение плоскости и сторон треугольника, построить проекцию M_1 точки $M \in \alpha$.



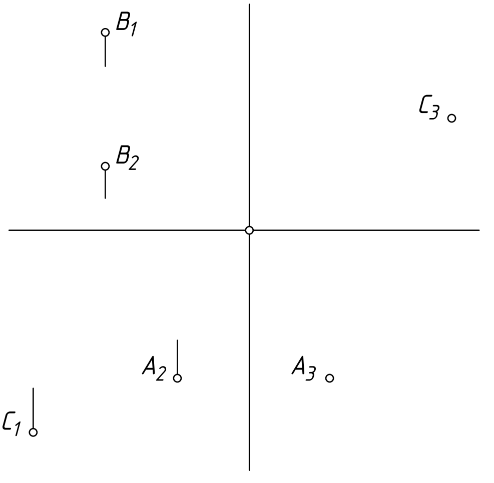
Задача 1.3.35. Построить ΔABC плоскости $\alpha(h^0 \cap f^0)$ и обвести его видимую относительно плоскостей проекций часть основной линией. В каких четвертях находятся его вершины?



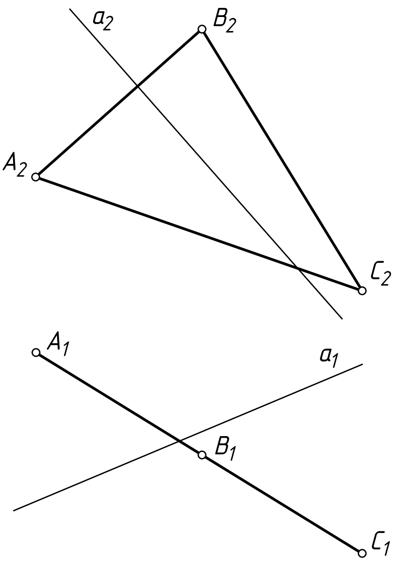
Задача 1.3.36. Определить положение точек относительно плоскости $\alpha(a \cap b)$. Указать множество точек плоскости с равными глубиной и высотой.



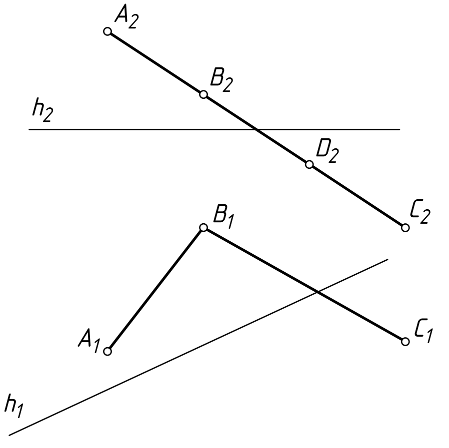
Задача 1.3.37. Построить изображения ΔABC и найти следы его плоскости. Указать положения его вершин по квадратам и обвести видимую относительно плоскостей проекций часть треугольника основной линией.



Задача 1.3.38. Найти общий элемент прямой линии a и ΔABC. Изобразить прямую a с учетом видимости относительно треугольника.



Задача 1.3.39. Назвать и изобразить прямую h с учетом видимости относительно параллелограмма $ABCD$, обозначить границу видимости буквой M и указать угол $\alpha = h \wedge \Pi_2$.



Задача 1.3.40. Построить точку B симметрично точке A относительно плоскости $\alpha(a \cap b)$, указать отрезок $[AB]$ с учетом видимости и обозначить линию пересечения $l = (AB \cap f) \cap \alpha$.