Глава 3
Вторая аксиома метрологии

3.1. Способ получения измерительной информации

«Невозможно определить или измерить одну величину иначе, как приняв в качестве известной другую величину этого же рода и указав соотношение, в котором она находится с ней» (Л. Эйлер). Эти слова великого ученого перекликаются с народной мудростью, говорящей о том, что «все познается в сравнении». Действительно, никто еще не придумал иного способа получения информации о размере физической величины, кроме как путем *сравнения* его с другим размером такой же физической величины, то есть имеющей такую же размерность. Этот факт можно сформулировать в виде **второй аксиомы метрологии**:

Измерение суть сравнение размеров опытным путем.

Вторая аксиома относится к *процедуре* измерения и говорит о том, что **сравнение размеров опытным путем является единственным способом получения измерительной информации**. При этом не уточняется, каким образом сравниваются размеры, с помощью каких приспособлений, приборов или даже может быть без них. Просто утверждается, что другого способа нет.

Вариантов сравнения между собой двух размеров $\mathbf{Q}_i$ и $\mathbf{Q}_j$ всего три:

$$\mathbf{Q}_i \gtrless \mathbf{Q}_j ; \tag{6}$$

$$\mathbf{Q}_i - \mathbf{Q}_j = \Delta \boldsymbol{Q}_{ij} ; \tag{7}$$

$$\frac{\mathbf{Q}_i}{\mathbf{Q}_j} = x_{ij} . \tag{8}$$

Первый из них — самый простой. Экспериментальное решение неравенства (6) позволяет ответить на вопрос, какой из двух размеров больше другого (либо они равны), но ничего не говорит о том, *на сколько* больше, или *во сколько раз*. Это наименее информативное измерение. Однако более полная измерительная информация иногда даже не требуется. Так, например, на рис. 12 показан вариант сравнения массы двух изделий с помощью равноплечего коромысла.

Результат измерения убедительно свидетельствует о том, что первое изделие тяжелее второго. В некоторых случаях этого вполне достаточно.

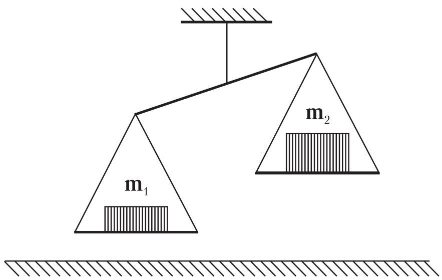

Рис. 12. Сравнение массы двух изделий

Более информативно сравнение по правилу (7). Оно позволяет получить ответ на вопрос о том, *на сколько* один размер больше или меньше другого (в частном случае они могут оказаться равными). Так, например, подсыпая песок или дробь на правую чашку (см. рис. 12), можно добиться того, что коромысло уравновесится. Тогда можно будет сказать, что масса первого изделия больше массы второго на массу дроби или песка $\Delta \boldsymbol{m}$ в правой чашке. А вот сказать, *во сколько раз* больше, по-прежнему будет нельзя.

Для того чтобы ответить на вопрос, *во сколько раз* один размер больше или меньше другого (опять-таки, в частном случае они могут оказаться равными), нужно сравнить размеры между собой по правилу (8), то есть посмотреть, сколько раз j-й размер укладывается в i-м. Это будет означать, что j-й размер выступает в качестве единицы измерения, а к единицам измерений предъявляются совершенно определенные требования. В частности (см. п. 1.4), для обеспечения единства измерений они должны быть установлены по определенным правилам и закреплены законодательным путем. Следовательно, измерение по правилу (8) представляет собой сравнение неизвестного размера $\mathbf{Q}_i = \mathbf{Q}$ с узаконенной единицей измерения $\mathbf{Q}_j = [\mathbf{Q}]$ с целью определения числового значения q измеряемой физической величины, которое показывает, *во сколько раз* неизвестный размер больше размера единицы, или *на сколько* единиц он больше нуля.

Таким образом, последняя разновидность способа сравнения является самой информативной. Она позволяет определить *значение измеряемой физической величины* Q, то есть выразить ее размер в общепринятых (узаконенных) единицах в кратном или дольном отношении, и отвечает на вопрос, *во сколько раз* или *на сколько* (единиц) один размер больше (меньше) другого[1].

Пример 16

Измерить массу каждого из двух изделий, показанных на рис. 12. Неопределенностью результатов измерений можно пренебречь.

---

[1] Информация о том, *во сколько раз* или *на сколько* (единиц) один размер больше (меньше) другого, может быть получена не только опытным путём, то есть посредством измерений, но и путём вычислений. В последнем случае она не является *измерительной информацией*.

Задача решается только путем экспериментального сравнения массы каждого изделия с единицей массы *килограммом* по правилу (8). Результаты измерений могут иметь вид, например:

$$m_1 = 2 \text{ кг}; m_2 = 0{,}5 \text{ кг}.$$

Пример 17

Измерить, на сколько масса первого изделия больше массы второго. Неопределенностью результата измерения можно пренебречь.

Результат измерения по правилу (7) имеет вид: на массу уравновешивающих дроби или песка $\Delta \boldsymbol{m}$. Если требуется дать ответ в узаконенных единицах, то нужно *измерить* массу уравновешивающих дроби или песка. Такая задача решается только путем экспериментального сравнения этой массы с единицей массы *килограммом* по правилу (8). Результат второго измерения будет, скорее всего, иметь вид: $\Delta m = 1{,}5$ кг.

Пример 18

Рассчитать, на сколько масса первого изделия больше массы второго, использовав для этого результаты измерений, приведенные в примере 16.

Результат расчета: на 1,5 кг.

Пример 19

Рассчитать, во сколько раз масса первого изделия больше массы второго, использовав для этого результаты измерений, приведенные в примере 16.

Результат расчета: в 4 раза.

3.2. Измерительные шкалы

3.2.1. Шкала порядка

Результат экспериментального решения неравенства (6) может быть представлен на *шкале порядка*, представляющей собой упорядоченную последовательность так называемых опорных (*реперных*) точек, обозначаемых буквами, цифрами или символами и соответствующих размерам $\mathbf{Q}_0 < \mathbf{Q}_1 < \mathbf{Q}_2 < \mathbf{Q}_3 \ldots \mathbf{Q}_n$, о каждом из которых известно, что он больше предыдущего, но меньше последующего, хотя сами размеры неизвестны (рис. 13). Если для обозначения реперных точек используются цифры, то они называются *баллами*. Само собой разумеется, что **обозначения** нельзя ни складывать, ни вычитать, ни делить, ни перемножать.

На шкале порядка не определены никакие математические операции.

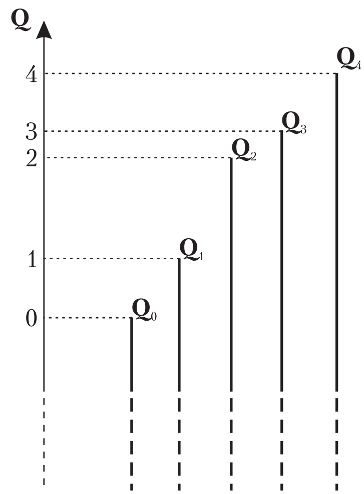

Рис. 13. Построение шкалы порядка

В то же время если один размер по шкале порядка больше другого, а последний в свою очередь больше третьего, то и первый размер больше третьего. Или если хотя бы один из двух размеров больше третьего, то их сумма тоже больше третьего размера. Если из двух размеров каждый меньше третьего, то меньше третьего размера и их разность. Эти *свойства транзитивности* означают, что **на шкалах порядка определены** (то есть могут выполняться) **логические операции**.

Так как размеры, которым соответствуют реперные точки, неизвестны, то бессмысленно говорить о каком бы то ни было масштабе на шкале порядка. Шкалы порядка вообще являются наименее совершенными, наименее информативными из всех измерительных шкал. По ним не только нельзя определить, чему равен измеряемый размер $\mathbf{Q}_i$, но и невозможно сказать, на сколько (или во сколько раз) он больше или меньше размера $\mathbf{Q}_j$. Тем не менее в областях, где к измерительной информации не предъявляются высокие требования, шкалы порядка применяются довольно широко. В промышленности, например, для измерений по шкалам порядка используются шаблоны. В образовательных учреждениях по шкале порядка измеряются знания учащихся:

Балл	Знания
5	Отл.
4	Хор.
3	Уд.
2	Неуд.

Другие примеры шкал порядка приведены в табл. 2–4.

Таблица 2. Шкала Бофорта для измерения силы ветра

Балл	Название	Признак
0	Штиль	Дым идет вертикально
1	Тихий	Дым идет слегка наклонно
2	Легкий	Ощущается лицом, шелестят листья
3	Слабый	Развеваются флаги
4	Умеренный	Поднимается пыль
5	Свежий	Вызывает волны на воде
6	Сильный	Свистит в вантах, гудят провода
7	Крепкий	На волнах образуется пена
8	Очень крепкий	Трудно идти против ветра
9	Шторм	Срывает черепицу
10	Сильный шторм	Вырывает деревья с корнем
11	Жестокий шторм	Большие разрушения
12	Ураган	Опустошительное действие

Таблица 3. Минералогическая шкала твердости

Балл	Твердость
0	Меньше твердости талька
1	Равна или больше твердости талька, но меньше твердости гипса
2	Равна или больше твердости гипса, но меньше твердости известкового шпата
3	Равна или больше твердости известкового шпата, но меньше твердости плавикового шпата
4	Равна или больше твердости плавикового шпата, но меньше твердости апатита
5	Равна или больше твердости апатита, но меньше твердости полевого шпата
6	Равна или больше твердости полевого шпата, но меньше твердости кварца
7	Равна или больше твердости кварца, но меньше твердости топаза
8	Равна или больше твердости топаза, но меньше твердости корунда
9	Равна или больше твердости корунда, но меньше твердости алмаза
10	Равна твердости алмаза или больше ее

Таблица 4. Международная сейсмическая шкала MSK-64 для измерения силы землетрясений

Балл	Название	Признаки
1	Незаметное	Отмечается только сейсмическими приборами
2	Очень слабое	Ощущается отдельными людьми, находящимися в состоянии покоя
3	Слабое	Ощущается лишь небольшой частью населения
4	Умеренное	Распознается по мелкому дребезжанию и колебанию предметов, посуды и оконных стекол, скрипу дверей и стен
5	Довольно сильное	Общее сотрясение зданий, колебание мебели, трещины оконных стекол и штукатурки, пробуждение спящих
6	Сильное	Ощущается всеми. Картины падают со стен, откалываются куски штукатурки, легкое повреждение зданий
7	Очень сильное	Трещины в стенах каменных домов. Антисейсмические, а также деревянные постройки остаются невредимы
8	Разрушительное	Трещины на крутых склонах и на сырой почве. Памятники сдвигаются с места или опрокидываются. Дома сильно повреждаются
9	Опустошительное	Сильное повреждение и разрушение каменных домов
10	Уничтожающее	Крупные трещины в почве. Оползни и обвалы. Разрушение каменных построек, искривление железнодорожных рельсов
11	Катастрофа	Широкие трещины в земле. Многочисленные оползни и обвалы. Каменные дома совершенно разрушаются
12	Сильная катастрофа	Изменения в почве достигают огромных размеров. Многочисленные обвалы, оползни, трещины. Возникновение водопадов, подпруд на озерах. Отклонение течения рек. Ни одно сооружение не выдерживает

3.2.1. Шкала интервалов

Результат экспериментального сравнения i-го размера с j-м по правилу (7) может быть представлен на *шкале интервалов*. Пример построения шкалы интервалов приведен на рис. 14, где в качестве j-го размера выбран второй. Если бы для сравнения были выбраны третий или четвертый размеры, то ноль сместился бы выше по шкале интервалов; если бы первый или нулевой — ниже. Таким образом, **начало отсчета на шкале интервалов не определено и зависит от выбора размера, с которым производится сравнение**. Для обеспечения единства измерений этот размер должен быть общепринятым или установленным законодательно. Так, например, по температурным шкалам Цельсия и Реомюра сравнение ведется с температурой таяния льда, по шкале Фаренгейта — с температурой смеси льда с солью и нашатырем, по шкале Кельвина — с температурой, при которой прекращается тепловое движение молекул (рис. 15).

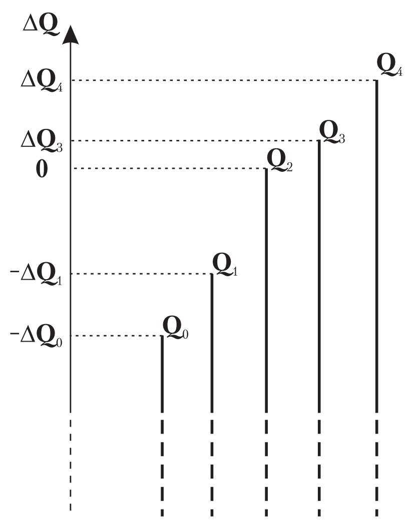

Рис. 14. Построение шкалы интервалов

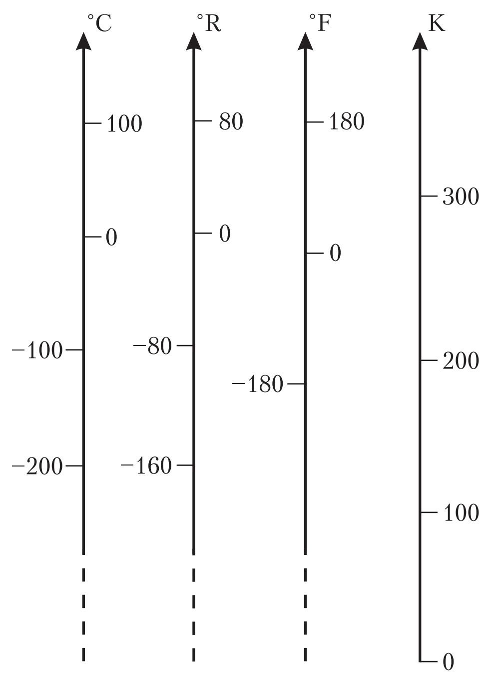

Рис. 15. Температурные шкалы Цельсия (°C), Реомюра (°R), Фаренгейта (°F) и Кельвина (K)

На шкалах интервалов уже может быть установлен *масштаб*. С этой целью, кроме начала отсчета, выбирают еще одну опорную (реперную) точку и разбивают полученный интервал между точками на определенное число делений (градаций — от лат. *gradus* — ступень). В частности, на трех температурных шкалах второй опорной точкой является температура кипения воды при номинальном значении атмосферного давления. На шкале Цельсия интервал между опорными точками разбит на 100 градаций — *градусов*; на шкале Реомюра — на 80; на шкале Фаренгейта — на 180, при том что по сравнению с предыдущими шкалами начало отсчета сдвинуто на 32°F в сторону низких температур. На шкале Кельвина в качестве второй опорной точки выбрана температура таяния льда, а интервал между реперными точками разбит на 273,16 части с тем, чтобы одна такая часть, называемая *кельвином*, в точности равнялась 1°С. Это значительно упрощает переход от одной шкалы к другой.

Градации являются единицами измерения *интервалов* между размерами, но не самих размеров физических величин. Само собой разумеется, что в качестве градаций могут использоваться узаконенные единицы измерения физических величин. Выражение интервала в тех или иных единицах измерения называется его *значением*. Интервалы можно сравнивать между собой и по принципу *на сколько* один интервал больше или меньше другого, и по принципу — *во сколько раз*. Что же касается размеров физических величин, то по шкале порядка можно получить только информацию о том, *на сколько* один размер больше или меньше другого. Если, например, второй размер больше первого на семь градаций, а третий меньше второго на две, то первый меньше третьего на пять градаций.

На шкале интервалов определены только аддитивные математические операции.

Получить информацию о том, *во сколько раз* один размер больше другого, по шкале интервалов невозможно. Для этого нужно знать сами размеры, сведений о которых на шкале интервалов нет.

Пример 20

При любом летоисчислении коренной перелом в ходе Второй мировой войны произошел под Сталинградом спустя 700 лет после разгрома Александром Невским немецких рыцарей Ливонского ордена на льду Чудского озера. Но если поставить вопрос о том, «во сколько раз» позже наступило это событие, то по нашему григорианскому стилю в $\frac{1942}{1242} \approx 1{,}56$ раза, по юлианскому календарю, отсчитывающему время от «сотворения мира», — в $\frac{7448}{6748} \approx 1{,}10$ раза, по иудейскому, где время отсчитывается от «сотворения Адама», — в $\frac{5638}{4938} \approx 1{,}14$ раза, а по магометанскому летоисчислению, начавшемуся с даты бегства Магомета из Мекки в священный город Медину, где была основана первая мусульманская община, — в $\frac{1320}{620} \approx 2{,}13$ раза.

«Во сколько раз» позже первого наступило второе событие для жителей северной части Корейского полуострова, где с 9 сентября 1997 г. отсчет времени ведется с 1912 г., когда 15 апреля родился Ким Ир Сен? Это летоисчисление называется «чучхейским» в честь идеологии чучхе, разработанной Ким Ир Сеном и являющейся официальной теорией построения коммунистического общества в КНДР.

Из рассмотренного примера и всего вышесказанного следует, что

> *для обеспечения единства измерений* на шкале интервалов нужно иметь общепринятое или установленное законодательным путем **начало отсчета**;

> для решения вопроса о том, *во сколько раз* один размер больше или меньше другого, **нужно знать сами размеры**.

Для решения первой задачи принимаются специальные меры, о характере которых можно судить по следующим примерам.

Пример 21

На заре цивилизации, когда все дороги вели в Иерусалим, паломники отсчитывали от этого святого города *расстояния* во все концы света. В одном из храмов Иерусалима до сих пор сохранился репер (опорный знак), обозначающий точку начала отсчета (ноль) всех *расстояний*.

Пример 22

В г. Берне (Швейцария) городская башня с часами служит нулевой отметкой (началом отсчета) всех *расстояний* в этой стране.

Пример 23

В конце прошлого века в Москве между Манежной и Красной площадями в проезде Вознесенские ворота в брусчатку вмонтирован знак: «Нулевой километр автодорог Российской Федерации».

Пример 24

Высоты издавна отсчитывались от уровня моря. Считалось, что на основании принципа сообщающихся сосудов уровень моря везде одинаков. Теперь известно, что это не так. Измерения со спутников показали, что в океане имеются выпуклости и впадины, отличающиеся от среднего уровня на десятки метров. Они обусловлены гравитационными аномалиями. Но раньше этого не знали.

В России наблюдения за уровнем Балтийского моря начались в Петровскую эпоху (с 1703 г.) в Финском заливе на острове Котлин. Уровень воды отмечался на шлюзных воротах и стенах Морского канала в Кронштадте. В XIX веке эти наблюдения стали систематическими, что позволило известному русскому гидрографу вице-адмиралу М. Ф. Рейнеке определить средний многолетний уровень Балтийского моря за 1825–1840 годы, зафиксированный в виде черты, выбитой на гранитном устое Синего моста через Обводный канал в Кронштадте.

Этот уровень, получивший название «нуль Кронштадтского футштока» (футшток — рейка с делениями, устанавливаемая на водомерных постах для наблюдения за уровнем воды), по предложению Главного штаба с 1872 г. стал использоваться для отсчета всех *высот* в Российской империи. Тогда же с целью передачи нулевого уровня высот на материк установили и закрепили репером в Ораниенбауме (ныне г. Ломоносов) нивелирную связь Кронштадтского футштока с континентом. В 1892 г. нивелирование повторили; для выполнения этих работ посредине между Кронштадтом и Ораниенбаумом был затоплен плашкоут, на котором установлен столик для нивелира.

Средний уровень моря подвержен вековым изменениям. Кроме того, он зависит от времени усреднения и методики обработки результатов измерений. Поэтому, несмотря на то что за более чем столетний период наблюдений средний многолетний уровень Балтийского моря в районе Кронштадта колебался в пределах не более 2 мм, известный советский океанолог и картограф почетный академик Ю. М. Шокальский предложил в качестве исходного уровня высот в стране оставить нуль Кронштадтского футштока, не связывая его в дальнейшем с уровнем моря.

В 1946 г. была введена единая система геодезических координат и высот на территории СССР, в которой нуль Кронштадтского футштока принят за начало отсчета *высот*, закрепленное фундаментальным репером в г. Ломоносове. Он стал исходным пунктом для измерения всех высот не только в СССР, но и в странах Восточной Европы в так называемой Балтийской системе высот. От него же ведется отсчет *глубин* на картах Балтийского моря, хотя, например, средний многолетний уровень моря у Датских проливов примерно на 20 см ниже, чем у Кронштадта.

Невозможность решения второго вопроса является неустранимым недостатком шкалы интервалов. Однако, как видно из выражения (7), при уменьшении размера $\mathbf{Q}_j$, с которым производится сравнение, $\Delta\mathbf{Q}_{i,j} \to \mathbf{Q}_i$, так что $\lim\limits_{\mathbf{Q}_i \to 0} \Delta\mathbf{Q}_{ij} = \mathbf{Q}_i$, то есть в пределе *шкала интервалов* $\Delta\mathbf{Q}_{i,j}$ переходит в *шкалу размеров* $\mathbf{Q}_i$. Такой, например, является температурная шкала Кельвина. По ней сравнение производится с температурой, при которой прекращается тепловое движение молекул. Это абсолютно нулевая температура; более низкой быть не может. Поэтому отрицательных температур на шкале Кельвина нет, а в положительном направлении откладываются абсолютные температуры, равные интервалу между измеряемой температурой и абсолютным нулем.

Аналогичным образом можно построить шкалу абсолютных высот, приняв за начало отсчета центр земного шара.

Если шкала интервалов переходит в шкалу размеров, то в качестве градаций естественно пользоваться единицами измерения физических величин. Отградуированная в узаконенных единицах измерения, такая шкала становится уже *шкалой значений.*

3.2.3. Шкала отношений

Шкала отношений служит для представления результатов измерений, полученных посредством экспериментального сравнения i-го размера с j-м по правилу (8). Если в качестве j-го размера выбран размер узаконенной единицы измерения $[\mathbf{Q}]$, то на шкале отношений откладывается числовое значение q измеряемой величины, которое показывает, *во сколько раз* ее размер $\mathbf{Q}_i = \mathbf{Q}$ больше размера единицы измерения, или *на сколько* единичных размеров он больше нуля:

$$q = \frac{\mathbf{Q}}{[\mathbf{Q}]}. \tag{9}$$

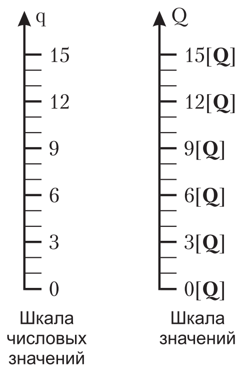

Рис. 16. Шкалы отношений

На практике вместо шкалы отвлеченных числовых значений q чаще используется шкала значений Q (рис. 16), которая отличается от шкалы размеров **Q** тем, что размеры выражены в единицах измерения **[Q]**.

Шкалы отношений являются самыми совершенными, самыми информативными и самыми распространенными. На них представлена информация о самих размерах физических величин, в частности об их значениях. Это позволяет решать и *на сколько*, и *во сколько раз* один размер больше или меньше другого.

На шкалах отношений определены любые математические операции.

Полезные рассуждения

Можно ли измерить время?

Нет, так как нет начала отсчета. Можно измерить лишь *интервал* времени. В зависимости от его продолжительности он может быть разделен на меньшие интервалы и выражен в веках, годах, месяцах, днях, часах, минутах или узаконенных единицах измерения — секундах.

Можно ли измерить температуру?

Да, так как известно начало отсчета — абсолютный ноль температуры, при котором прекращается тепловое движение молекул. Узаконенной единицей измерения температуры является кельвин.

Можно ли измерить пространство?

Нет, так как нет начала отсчета. Можно измерить лишь расстояние (*интервал*) между двумя точками пространства. Узаконенной единицей измерения длины является метр.

Можно ли измерить вес?

Да, так как известно начало отсчета. Ему соответствует отсутствие взвешиваемого предмета.

Можно ли измерить плоский угол?

Да, так как известно начало отсчета. Ему соответствует параллельность образующих линий.